



## Contribution à l'étude de la stabilité des systèmes distribués – application au réseau de bord avion

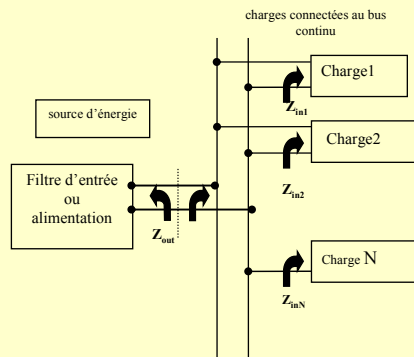
S. PIERFEDERICI\*, R. MEURET\*\*, F. MEIBODY-TABAR\*, B. DAVAT\*

\*GREEN INPL, CNRS UMR 7037

\*\*HISPANO-SUIZA, Groupe SNCEMA

email address: [serge.pierfederici@ensem.inpl-nancy.fr](mailto:serge.pierfederici@ensem.inpl-nancy.fr)

### Architecture étudiée



2 méthodes d'études:

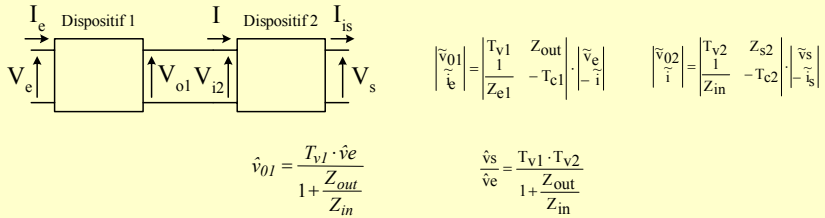
- spécification d'impédance
- commande globale du système

2 systèmes présentés à titre d'exemple:

- filtre d'entrée + ensemble convertisseur / machine synchrone à aimant
- redresseur commandé + N ensembles convertisseur / machine synchrone à aimant

# Méthode 1: spécification d'impédance

## Principe



On pose alors  $T_m = \frac{Z_{out}}{Z_{in}}$ . Puisque  $T_{v1}$  et  $T_{v2}$  sont des fonctions de transfert stables, une condition suffisante de stabilité est que la fonction de transfert  $T_m$  soit stable. L'application du critère de Nyquist permet alors d'étudier la stabilité de cette association. Basée sur l'étude de ce tracé, différentes méthodes ont été proposées dans la littérature (critère de Middelbrook, critère d'ESAC, méthode MGMP [1,2,3,4,5]).

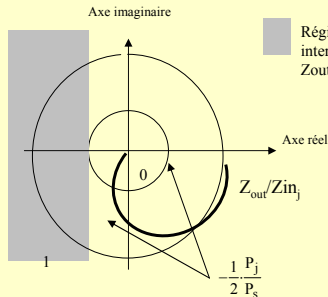
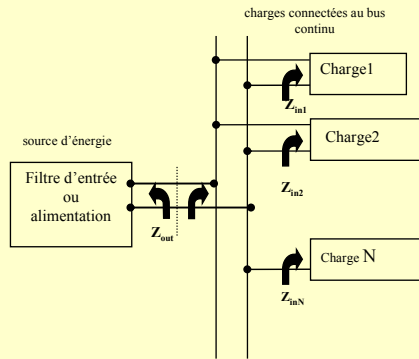
## Cas général

$$\frac{\hat{v}_{0j}}{\hat{v}_e} = \frac{T_{v1} \cdot T_{vj}}{1 + Z_{out} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{1}{Z_{in_j}}}$$

### Conditions suffisantes de stabilité

$$\frac{|Z_{in_j}|_{db} - |Z_{out}|_{db} > MG + 20 \log\left(\frac{P_s}{P_j}\right) \quad \text{i.e. } |T_j| < 10^{-MG/20} \frac{P_j}{P_s}$$

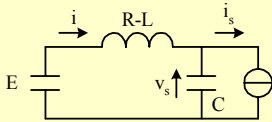
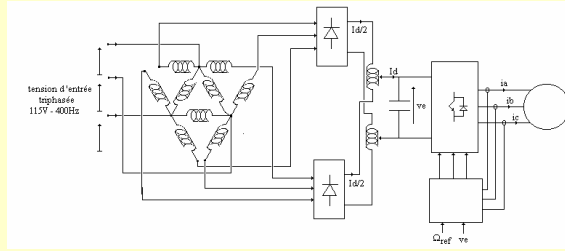
$$\text{real}\left(\frac{Z_{out}}{Z_{in_j}}\right) \geq -\text{Arccos}(PM) \cdot \left(\frac{P_j}{P_s}\right)$$



Spécification individuelle de charge avec une marge de gain MG de 6db et une marge de phase PM de 60°

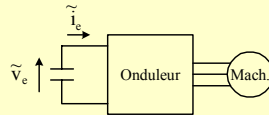
application à un ensemble redresseur filtre et  
 onduleur machine synchrone a aimant

Schéma de principe du dispositif expérimental



Impédance de sortie

$$Z_{out} = -\frac{\tilde{V}_s}{\tilde{I}_s} = \frac{(L \cdot s + R)}{(L \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1)}$$



Impédance d'entrée  
à déterminer

Calcul de l'impédance d'entrée de l'ensemble onduleur /moteur

Équations du système linéarisées

$$v_e \cdot i_e = v_d \cdot i_d + v_q \cdot i_q$$

$$\tilde{v}_e \cdot I_e + V_e \cdot \tilde{i}_e = \tilde{v}_d \cdot I_d + V_d \cdot \tilde{i}_d + \tilde{v}_q \cdot I_q + V_q \cdot \tilde{i}_q$$

$$\tilde{v}_e \cdot I_e + V_e \cdot \tilde{i}_e = C(s) \cdot \tilde{i}_d + D(s) \cdot \tilde{i}_q$$

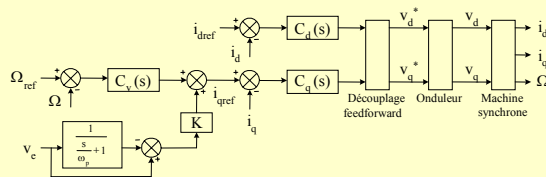
$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \end{bmatrix} = G \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_d^* \\ \tilde{v}_q^* \end{bmatrix}$$

linéarisation  $\begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \end{bmatrix} = \frac{\tilde{v}_e}{2 \cdot p_m} \begin{bmatrix} \tilde{v}_d^* \\ \tilde{v}_q^* \end{bmatrix} + \frac{V_e}{2 \cdot p_m} \begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} C(s) &= V_d + I_d \cdot (R_s + L_d \cdot s) + \omega_0 \cdot L_d \cdot I_q \\ D(s) &= V_q + I_q \cdot (R_s + L_q \cdot s) - \omega_0 \cdot L_q \cdot I_d \end{aligned}$$

$$G = \frac{V_e}{2 \cdot p_m}$$

Schéma de commande



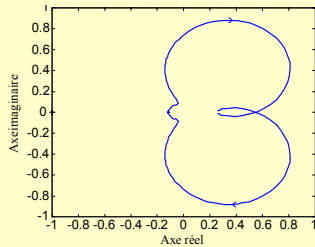
$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_d^* \\ \tilde{v}_q^* \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-\omega_0 \cdot \tau_q}{1 + \tau_q \cdot s} \\ \frac{\omega_0 \cdot \tau_d}{1 + \tau_d \cdot s} & 1 \end{pmatrix} \cdot \left( -C_q(s) \cdot \begin{bmatrix} C_v(s) \cdot \frac{p \cdot \Psi_f}{1 + T_m \cdot s} + 1 \end{bmatrix} \cdot \tilde{i}_q + C_q(s) \cdot k \cdot \frac{s}{\omega_p \cdot s + 1} \cdot \tilde{v}_e \right)$$

Les équations de la machine combinées avec les équations de la commande conduisent à

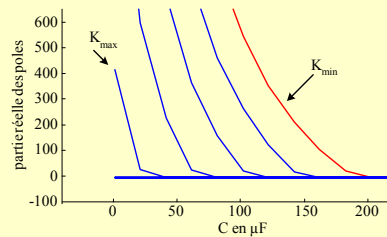
$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \end{bmatrix} = \left[ \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} R_s + L_q \cdot s & \omega_0 \cdot L_q \\ -\omega_0 \cdot L_d & R_s + L_d \cdot s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \end{bmatrix} \right] \cdot \frac{1}{2 \cdot p_m} + \frac{1}{R_s} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \tau_d \cdot s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + \tau_q \cdot s} \end{bmatrix} \cdot \frac{V_e}{2 \cdot p_m} \cdot \begin{bmatrix} C_q(s) \cdot k \cdot \frac{s}{\omega_p} \\ \frac{s}{\omega_p} + 1 \end{bmatrix} \cdot \tilde{v}_e - \frac{1}{R_s} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \tau_d \cdot s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + \tau_q \cdot s} \end{bmatrix} \cdot \frac{V_e}{2 \cdot p_m} \cdot \left( C_q(s) \cdot \begin{bmatrix} C_d(s) \cdot \tilde{i}_d \\ C_v(s) \cdot \left[ \frac{p \cdot \Psi_f}{1 + T_m \cdot s} \right] + 1 \end{bmatrix} \cdot \tilde{i}_q \right)$$

Il est alors possible les variations de tension d'entrée et de sortie sous la forme:

$$\frac{\tilde{v}_e}{\tilde{i}_e} = Z_e = - \frac{v_e}{(I_e - A(s) \cdot C(s) - D(s) \cdot B(s))} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \tilde{i}_d &= A(s) \cdot \tilde{v}_e \\ \tilde{i}_q &= B(s) \cdot \tilde{v}_e \end{aligned}$$

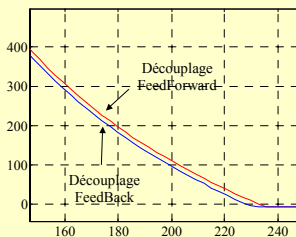


Tracé de Nyquist de Tm



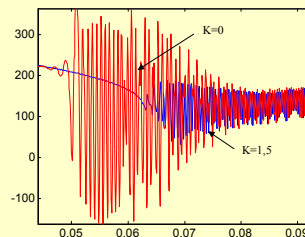
Influence du paramètre K sur la stabilité

( $K_{\min} = 0$  et  $K_{\max} = 0,92$ )



Influence du mode de découplage sur la stabilité

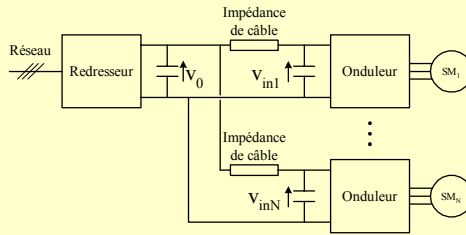
( $k=0$ )



Influence du paramètre K au démarrage du moteur

# Commande global du système - recherche d'une matrice de découplage généralisée

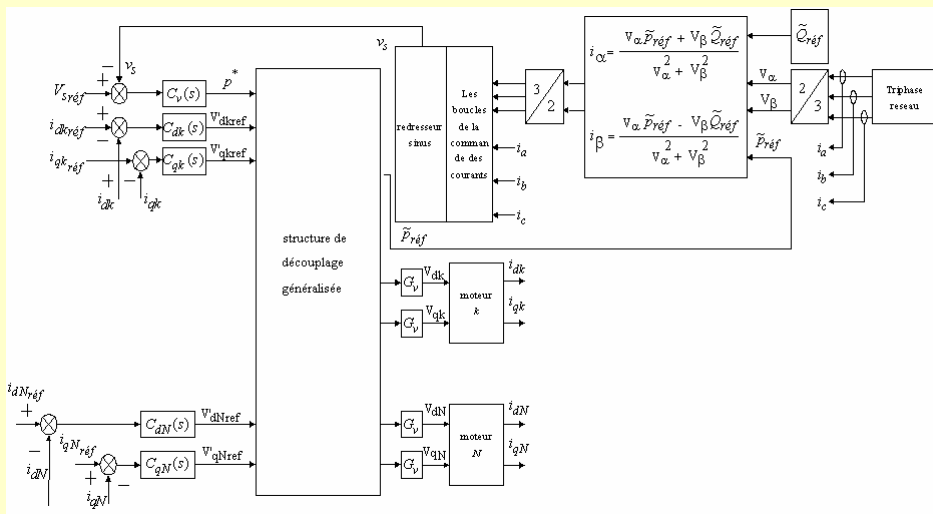
Architecture étudiée



## Objectifs de la commande

- les variations de tension  $v_0$  ne dépendent que des variations de sa référence  $\tilde{v}_s = f(\tilde{P})$
- les variations de vitesse/couple de chaque moteur ne dépendent que des variations de leurs consignes respectives  $\tilde{\omega}_k = g(\tilde{i}_{qk})$

Schéma de principe de la commande globale du système



## Équations linéarisées autour d'un point de fonctionnement

Côté redresseur commandé

$$C \cdot \frac{d\tilde{v}_s}{dt} = \frac{\tilde{P}}{V_s} - \frac{\tilde{P}_{\text{cons}}}{V_s}$$

$$\tilde{P}_{\text{cons}} = \sum_{k=1}^N \tilde{P}_{\text{cons}k}$$

Côté charges

$$\tilde{P}_{\text{cons}} = \sum_{k=1}^N V_{dk} \cdot \tilde{i}_{dk} + \tilde{v}_{dk} \cdot I_{dk} + V_{qk} \cdot \tilde{i}_{qk} + \tilde{v}_{qk} \cdot I_{qk}$$

$$\tilde{v}_{dk} = (R_{sk} + L_{dk} \cdot s) \cdot \tilde{i}_{dk} - \omega_{ok} \cdot L_{qk} \cdot \tilde{i}_{qk}$$

$$\tilde{v}_{qk} = (R_{sk} + L_{qk} \cdot s) \cdot \tilde{i}_{qk} + \omega_{ok} \cdot L_{dk} \cdot \tilde{i}_{dk}$$

$$J_k \cdot \frac{d\tilde{\omega}_k}{dt} = p_k \cdot \Psi_{fk} \cdot \tilde{i}_{qk} - f_{rk} \cdot \tilde{\omega}_k$$

### Modèle linéarisé du système

$$\tilde{v}_s = \frac{1}{V_s \cdot C \cdot s} \cdot (G_p \cdot \tilde{P}_{\text{réf}} - \sum_{k=1}^N \left( [V_{dk} + (R_{sk} + L_{dk} \cdot s) \cdot I_{dk} + \omega_{ok} \cdot L_{dk} \cdot I_{qk}] \cdot \tilde{i}_{dk} \right) + [V_{qk} + (R_{sk} + L_{qk} \cdot s) \cdot I_{qk} - \omega_{ok} \cdot L_{qk} \cdot I_{dk}] \cdot \tilde{i}_{qk} \right)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{\omega}_k \\ M \\ \tilde{\omega}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_p}{C \cdot V_s \cdot s} & A_k & B_k & A & A_N & B_N \\ 0 & 0 & \frac{p_k \cdot \Psi_{fk}}{(f_{rk} + J_k \cdot s)} & A & 0 & 0 \\ M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_N \cdot \Psi_{fN}}{(f_{rN} + J_N \cdot s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{P}_{\text{réf}} \\ \tilde{i}_{dk} \\ \tilde{i}_{qk} \\ M \\ \tilde{i}_{dN} \\ \tilde{i}_{qN} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{i}_{dk} \\ \tilde{i}_{qk} \\ M \\ \tilde{i}_{dN} \\ \tilde{i}_{qN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_p}{C \cdot V_s \cdot s} & A_k & B_k & A & A_N & B_N \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{P}_{\text{réf}} \\ \tilde{i}_{dk} \\ \tilde{i}_{qk} \\ M \\ \tilde{i}_{dN} \\ \tilde{i}_{qN} \end{bmatrix}$$

La commande impose



$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_{\text{réf}} \\ \tilde{i}_{dk} \\ \tilde{i}_{qk} \\ M \\ \tilde{i}_{dN} \\ \tilde{i}_{qN} \end{bmatrix} = [X] \cdot [A] \cdot [G] \begin{bmatrix} \tilde{P}^* \\ \tilde{v}'_{dkref} \\ \tilde{v}'_{qkref} \\ M \\ \tilde{v}'_{dNref} \\ \tilde{v}'_{qNref} \end{bmatrix}$$

$$[G] = \begin{bmatrix} G_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_v \end{bmatrix}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_{s1} + L_{q1} \cdot s}{D_1(s)} & \frac{\omega_{o1} \cdot L_{q1}}{D_1(s)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\omega_{o1} \cdot L_{d1}}{D_1(s)} & \frac{R_{s1} + L_{d1} \cdot s}{D_1(s)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_{sk} + L_{qk} \cdot s}{D_N(s)} & \frac{\omega_{ok} \cdot L_{qk}}{D_N(s)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\omega_{ok} \cdot L_{dk}}{D_N(s)} & \frac{R_{sk} + L_{dk} \cdot s}{D_N(s)} \end{bmatrix}$$

$$D_k(s) = (R_{sk} + L_{qk}) \cdot (R_{sk} + L_{dk}) + \omega_{ok}^2 \cdot L_{dk} \cdot L_{qk}$$

**Objectif:** trouver une matrice A telle que la matrice X.A.G soit diagonale

### Découplage des courants

$$a_{2k,j} = 0 = a_{2k+1,j} \quad \text{si} \quad \begin{matrix} j \in \{1, \dots, 2N+1\} \\ j \neq 2k \quad j \neq 2k+1 \end{matrix}$$

$$a_{2k,2k} = 1$$

$$a_{2k+1,2k+1} = 1$$

$$a_{2k,2k+1} = -\frac{\omega_{ok} \cdot L_{dk}}{(R_{sk} + L_{dk} \cdot s)}$$

$$a_{2k+1,2k} = \frac{\omega_{ok} \cdot L_{qk}}{(R_{sk} + L_{qk} \cdot s)}$$

### Modèle du système après découplage des courants d'axe d et q pour chaque moteur

$$\begin{bmatrix} \tilde{p}_{ref} \\ \tilde{i}_{dk} \\ \tilde{i}_{qk} \\ M \\ \tilde{i}_{dN} \\ \tilde{i}_{qN} \end{bmatrix} = [X] \cdot [A] \cdot [G] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{p}^* \\ \tilde{v}_{dkref} \\ \tilde{v}_{qkref} \\ M \\ \tilde{v}_{dNref} \\ \tilde{v}_{qNref} \end{bmatrix}$$

$$X \cdot A \cdot G = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \cdot G_v & a_{1,3} \cdot G_v & \Lambda & \Lambda & a_{1,2N+1} \cdot G_v \\ 0 & \frac{G_v}{R_{sk} + L_{dk} \cdot s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G_v}{R_{sk} + L_{qk} \cdot s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_v}{R_{sN} + L_{dN} \cdot s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G_v}{R_{sN} + L_{qN} \cdot s} \end{bmatrix}$$

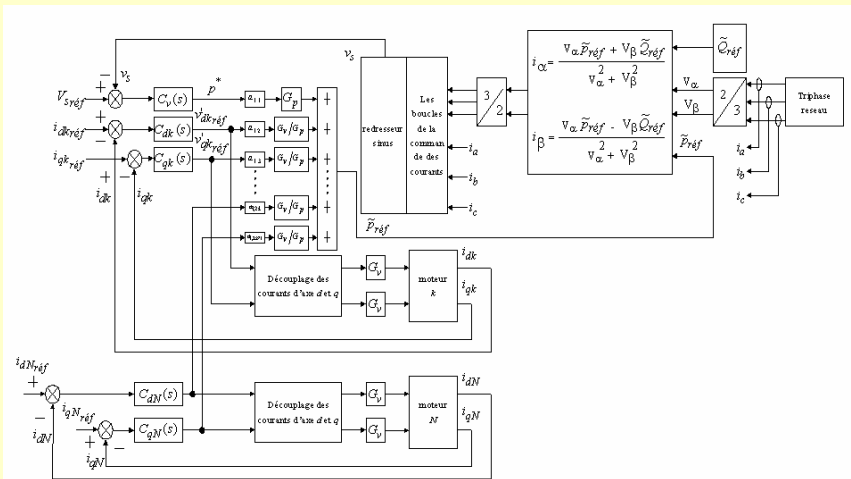
### Découplage de la tension continue

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{\omega}_k \\ M \\ \tilde{\omega}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_p}{C \cdot V_s \cdot s} & A_k & B_k & \Lambda & A_N & B_N \\ 0 & 0 & \frac{p_k \cdot \Psi_{fk}}{(I_{rk} + J_k \cdot s)} & \Lambda & 0 & 0 \\ M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_N \cdot \Psi_{fN}}{(I_{rN} + J_N \cdot s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_{ref} \\ \tilde{i}_{dk} \\ \tilde{i}_{qk} \\ M \\ \tilde{i}_{dN} \\ \tilde{i}_{qN} \end{bmatrix}$$

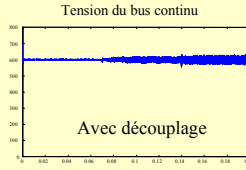
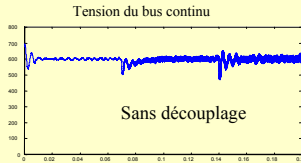
Le découplage des variations de tension de l'étage continu vis à vis des variations de consigne des moteurs conduit à :

$$\begin{cases} G_v \cdot a_{1,2k} \cdot \frac{1}{C \cdot V_s \cdot s} + \frac{G_v}{R_{sk} + L_{dk} \cdot s} \cdot A_k = 0 \\ G_v \cdot a_{1,2k+1} \cdot \frac{1}{C \cdot V_s \cdot s} + \frac{G_v}{R_{sk} + L_{qk} \cdot s} \cdot B_k = 0 \end{cases}$$

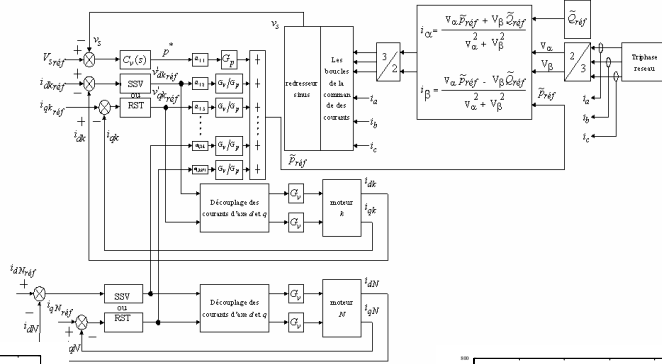
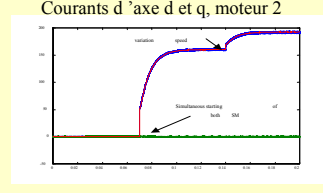
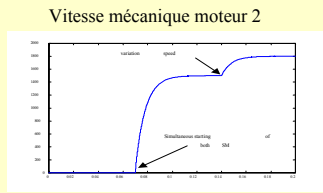
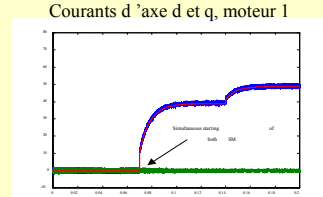
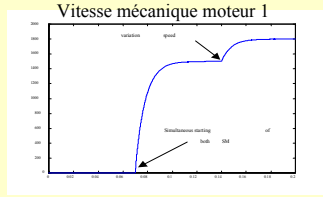
### Structure de contrôle proposée



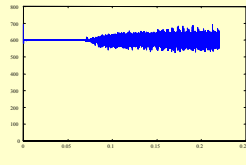
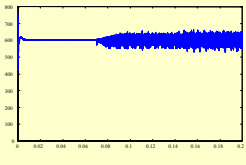
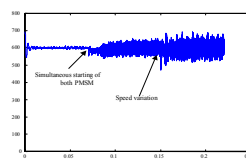
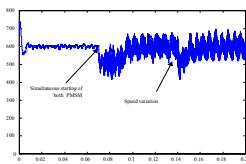
Effet de la structure de découplage généralisée



Cas de deux machines synchrones à aimants, C=10 μF, commande linéaire



Cas de deux machines synchrones à aimants, C=10 μF, commande non linéaire avec découplage





## conclusion

Le travail présenté ici traite des méthodes permettant l'étude de la stabilité des systèmes électriques interconnectés. Des critères d'impédance permettent, connaissant les caractéristiques de chaque dispositif, de prouver la stabilité du bus commun d'alimentation.

Un exemple traitant le cas d'un onduleur - machine synchrone à aimant muni de son filtre d'entrée a été présenté. On a montré que la dynamique des régulateurs de courant dans la machine a un impact fort sur la stabilité du bus continu. Le mode de découplage utilisé pour le contrôle des courants n'a lui, qu'un impact limité sur le dimensionnement du filtre d'entrée.

Cependant cette méthode établit des contraintes sur les dispositifs à connecter sur le bus commun d'alimentation (via leur impédance d'entrée). Lorsque tous les dispositifs sont munis d'une commande, il est possible d'annuler l'impédance de sortie de la source d'énergie pour chaque dispositif de charge. Un exemple traitant le cas d'un redresseur commandable à absorption sinusoïdale chargé par N ensembles convertisseur-machine synchrone a été présenté. L'approche proposée permet de prouver la stabilité du bus continu et de diminuer fortement la taille de ses capacités de stockage d'énergie. De plus la structure de découplage obtenue est d'usage général et peut être ajoutée à une structure de commande préexistante sans modification des commandes de tous les convertisseurs de charge.