

Etude du mode de galerie dans un microdisque denté 2D avec une méthode semi-analytique à base de différences finies

Kien Phan Huy, David Amans, Alain Morand et Pierre Benech

IMEP, INPG-UJF-CNRS, 23 avenue des martyrs BP 257, 38016 Grenoble Cedex 1, France.

Résumé — Un modèle décrivant le mode de galerie (MG) dans un microdisque denté a été développé. Basé sur un formalisme de Floquet-Bloch, le modèle décrit le champ de manière analytique à l'intérieur et à l'extérieur du disque et de manière numérique au niveau des dents. Le modèle calcule la longueur d'onde de résonance et le coefficient de qualité du MG. Confronté à la FDTD, il montre d'excellents résultats, tout en étant beaucoup plus rapide (quelques secondes pour quelques heures en FDTD). D'autres microstructurations sur la périphérie du disque sont présentées et simulées avec ce type de méthode. Elle permet notamment d'optimiser des anneaux pour être dans un régime quasi-monomode.

Mots-clefs — Microgear, résonateur diélectrique, mode de galerie.

I. INTRODUCTION

Les microdisques fabriqués à l'aide des technologies de la microélectronique (Si, InP, GaAs ..) font aujourd'hui l'objet de plusieurs études et de programmes de développement. En effet, les modes de galerie se propageant dans ces disques offrent des coefficients de qualités spectaculaires permettant la réalisation de lasers doués de très bas seuils. Cependant leur multi-modicité pose un vrai problème, c'est pourquoi T. Baba¹ ont proposé la structure du microdisque denté qui est un microdisque entouré d'un réseau de Bragg circulaire comme le montre la figure (1). Les modes ne respectant pas la condition de Bragg sont alors diffractés vers l'extérieur de la cavité, réduisant considérablement le coefficient de qualité des modes parasites (comme le mode impair). Par contre le mode pair, vérifiant la condition de Bragg, voit son coefficient de qualité augmenter. Les microdisques dentés ont fait l'objet d'études numériques à travers des calculs FDTD et des méthodes de calculs intégrales².

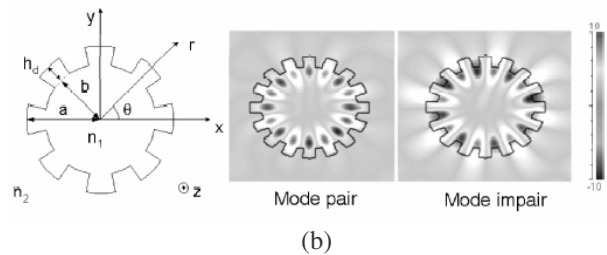
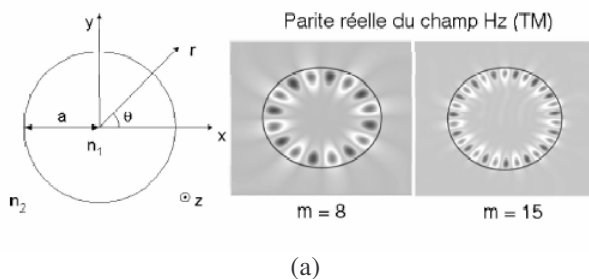


Fig. 1. (a) Structure du disque 2D sans déformation entouré d'air ($n_1 = 2.2$). Deux modes de galerie d'ordre azimutal $m=8$ et $m=15$. (b) Structure du disque denté 2D entouré d'air ($n_1 = 2.2$). Deux modes de galerie pair et impair d'ordre azimutal $m=8$.

Dans cet article, nous présentons une méthode semi-analytique basée sur la théorie de Floquet-Bloch. Elle reprend la description analytiques des modes propres du disque en introduisant une résolution numérique de manière locale au niveau du réseau de Bragg. Cette méthode a l'avantage d'être harmonique et modale, ce qui la rend supérieur aux modèles de perturbation qui peuvent difficilement modéliser la déformation des champs. Comparée à la FDTD, elle montre de très bons résultats tout en étant plus rapide et sans souffrir des rugosités dues à un maillage cartésien. On se place dans le cas d'un problème 2D (cylindre) dans un système à coordonnées cylindriques (r, θ, z) comme sur la figure 1. considérons le microdisque denté de rayon extérieur a et de rayon intérieur $b=a-h_d$ d'indice de réfraction n_1 et entouré de n_2 . La résolution des équations de Maxwell se sépare en trois parties. Tout d'abord, on traite le problème analytiquement pour $r < b$ et $r > a$, car il est similaire au disque simple. Puis on résout les équations de Maxwell dans les dents selon un formalisme de différences finies. Enfin, on raccorde ces solutions pour assurer les conditions de continuité.

II. RESOLUTION ANALYTIQUE DANS UN DISQUE SIMPLE

Considérons le disque simple de la figure (1). On sait que les solutions des équations de Maxwell vont se scinder en deux groupes TE (E_z, H_r, H_θ) et TM (H_z, E_r, E_θ). comme on s'intéresse aux modes de galerie qui se propagent selon θ , on peut déjà imposer la forme des solutions :

$$\Psi_m = \Psi_m(r)\cos(m\theta)e^{j\omega t} \quad (1)$$

Où m est l'ordre azimutal ou constante de propagation selon θ , Ψ_m est la composante z du champ électrique en polarisation TM, du champ magnétique en TE et ω la pulsation. Le cosinus est pris pour décrire le mode pair (sinus pour le mode impair). En reportant cette expression dans l'équation d'Helmoltz en coordonnées cylindriques pour la composante z du champ, on obtient :

$$r^2 \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial r^2} + r \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} + \left[\frac{\omega}{c} n_1^2 r^2 - m^2 \right] \Psi_m = 0 \quad (2)$$

où c est la vitesse de la lumière. Les solutions de cette équation sont des fonctions Bessels. Pour $r < b$, le champ est décrit par une onde stationnaire, la fonction de Bessel d'ordre m $J_m(\omega n_1 r/c)$. Pour $r > a$, l'onde stationnaire se décompose en deux ondes propagatives et contre-propagatives, les fonctions de Hankel de première $H_m^1(\omega n_2 r/c)$ et seconde espèce $H_m^2(\omega n_2 r/c)$ dont les poids respectifs seront déterminés par les conditions de continuités.

III. RESOLUTION NUMERIQUE DANS LE RESEAU DE BRAGG

Le réseau de Bragg peut être décrit comme une décomposition en série de Fourier. A l'intérieur des dents, la permittivité diélectrique s'écrit $\epsilon_r(\theta) = \sum b_k \cos(km\theta)$ où b_k est le poids de l'harmonique de pulsation km avec k allant de 0 à l'infini. Pour la polarisation TE les équations de Maxwell donnent les équations suivantes où μ_0 est la perméabilité magnétique et ϵ_0 est la permittivité électrique du vide.

$$\begin{aligned} -j\omega\mu_0 H_z &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial r E_\theta}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right] \\ j\omega\epsilon_0 \epsilon_r E_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \\ j\omega\epsilon_0 \epsilon_r E_\theta &= -\frac{\partial H_z}{\partial r} \end{aligned} \quad (3)$$

Le réseau de Bragg déforme le champ. Dès lors, on ne peut plus faire l'hypothèse précédente. Cela indique que la variation azimutal du mode ne sera plus une harmonique pure m mais une somme d'harmoniques (nm) avec n entier comme sur les équations suivantes :

$$\begin{aligned} H_z &= \sum_n f_n(r)\cos(nm\theta) \\ E_r &= \sum_n h_n(r)\sin(nm\theta) \\ E_\theta &= \sum_n g_n(r)\cos(nm\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

Après projections sur chaque harmonique nm , on a trois n inconnus pour trois n équations. En remplaçant, les champs dans l'équation (3) par leurs expressions (4). On peut exprimer la matrice de passage ($C_{p,n}$) avec p et n

entiers entre h_p et f_n . On peut alors obtenir le système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial r g_p(r)}{\partial r} &= -j\omega\mu_0 r f_p(r) + pm \sum_n c_{p,n} f_n(r) \\ \frac{\partial f_p(r)}{\partial r} &= -j\frac{1}{2}\omega\epsilon_0 b_0 g_p(r) \\ &\quad - j\omega\epsilon_0 \sum_n \frac{1}{2} [b_{p+n} + b_{|p-n|}] g_n(r). \end{aligned} \quad (5)$$

On discrétise alors le problème en r et on résout le système numériquement à partir des conditions aux limites en b , obtenues grâce au calcul du champ sous le réseau fait au paragraphe précédent.

IV. CONDITIONS DE CONTINUITES

Les solutions à raccorder sont récapitulés ci-dessous :

$$\begin{array}{l} \text{r < b} \\ \hline H_z : \quad \sum_n C_n J_{nm} \cos(nm\theta) \\ E_\theta : \quad -\frac{k_0 n_1}{j\omega\epsilon_r} \sum_n C_n J'_{nm} \cos(nm\theta) \\ \hline \text{b < r < a} \\ \hline \sum_n f_n \cos(nm\theta) \\ \sum_n g_n \cos(nm\theta) \\ \hline \text{r > a} \\ \hline \sum_n [A_n H_{nm}^1 + B_n H_{nm}^2] \cos(nm\theta) \\ -\frac{k_0 n_0}{j\omega\epsilon_r} \sum_n [A_n H_{nm}'^1 + B_n H_{nm}'^2] \cos(nm\theta) \end{array} \quad (6)$$

On a bien deux n équations et trois n paramètres. En oscillation forcée, on peut donc imposer une excitation en fixant les A_n qui sont les coefficients des ondes H_{nm}^1 entrant dans le disque et en déduire les poids C_n des ondes J_{nm} transmises à l'intérieur du disque et les poids B_n des ondes réfléchies H_{nm}^2 . En oscillation libre, on fixe les A_n à zéro, on se place donc un fonctionnement du type laser (sans source extérieur). Le système d'équations a alors des solutions si et seulement si le déterminant du système est nul. A l'aide d'un algorithme de newton-raphson on peut déterminer les pulsations complexes de résonance qui annule le déterminant. Si on considère la plus petite ω_c en valeur absolue, elle correspond au mode de galerie, on a alors: $\omega_{res} = |\omega_c|$ et $Q = |\omega_c| / (2\text{Imag}(\omega_c))$.

IV. RESULTATS

Nos résultats ont été comparés avec ceux obtenus avec une FDTD. Comme le montre la figure 2, nous obtenons un très bon accord avec les résultats numériques tout en

étant beaucoup plus rapide. En effet, un point de la courbe FDTD représente plus d'une heure et demi de simulation contre trente six secondes pour les trente points de la courbe avec notre modèle. Le mode pair a la particularité d'avoir un coefficient de qualité qui atteint une valeur maximum pour une profondeur de trous donnée. Au contraire, le coefficient de qualité du mode impair décroît avec la profondeur des trous. Cette sélectivité peut permettre de diminuer le seuil laser si on utilise ce type de structure. On montre aussi que le maillage cartésien de la FDTD provoque des pertes par diffraction qui diminuent le coefficient de qualité du résonateur.

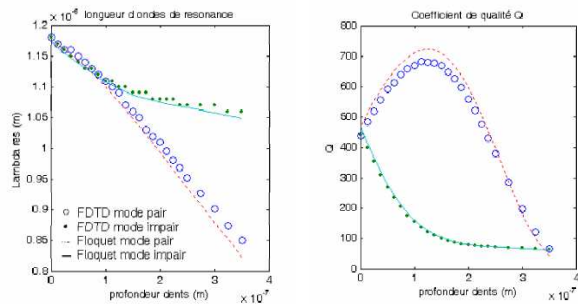


Fig. 2. Comparaison entre notre modèle et la simulation FDTD ($a=1 \mu\text{m}$, $n_1=2.2$ et $n_2=0$). La longueur d'onde et le coefficient de qualité du mode $m=8$ en polarisation TE sont calculés en fonction de la profondeur des dents

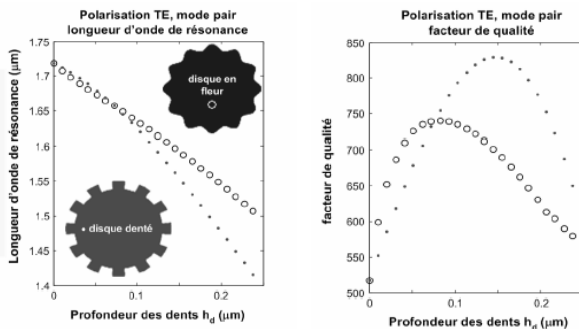


Fig. 3. Comparaison en terme de facteur de qualité d'un disque denté et d'un disque en fleur ($a=1 \mu\text{m}$, $n_1=2.63$ et $n_2=1$).

Une autre micro-structuration en périphérie du disque a été étudiée. Le profil azimuthal carré de ϵ_r est remplacé par un profil sinusoïdal. Sur la figure (3), les évolutions de la longueur d'onde de résonance et du facteur de qualité pour le micro-disque denté et le disque en fleur sont présentées en fonction de la profondeur des dents. Pour deux structures de rayon et d'indice de réfraction équivalents, la structure optimale du disque denté se révèle plus efficace que celle du résonateur en fleur. Le profil sinusoïdal de la fleur implique un rapport cyclique variable de ϵ_r selon r . Le rapport cyclique n'étant pas le même à la base et à la pointe des dents, il en résulte un couplage plus fort sur les harmoniques d'ordre élevé ($km > 2m$) lorsque le rapport cyclique s'éloigne de 50%. Cela induit une diminution du facteur

de qualité. Il est donc primordial d'optimiser la technologie pour avoir les meilleurs rapports de forme possible au niveau des gravures.

Le disque denté permet d'amoinrir considérablement les modes d'ordre azimuthal parasites. Néanmoins, il existe pour un même ordre azimuthal de nombreux modes d'ordre radial différents. Pour obtenir une structure quasi monomode il faut donc supprimer les modes d'ordre radial parasites. C'est pourquoi nous présentons ici un anneau denté. La majeure partie des démonstrations expérimentales d'anneaux montrent des anneaux non optimisés. En effet, les anneaux sont souvent considérés à tort comme des guides monomodes courbes. Or il est assez facile de montrer qu'un anneau dont la largeur est celle d'un guide droit monomode possède un facteur de qualité inférieur au disque de rayon équivalent. La figure (4) montre ainsi qu'un anneau d'InP de la largeur d'un guide droit monomode (généralement de l'ordre de 0, 3 μm) possède un facteur de qualité de l'ordre de 100 contre 500 pour le disque plein. La largeur de l'anneau n'est donc pas un paramètre anodin.

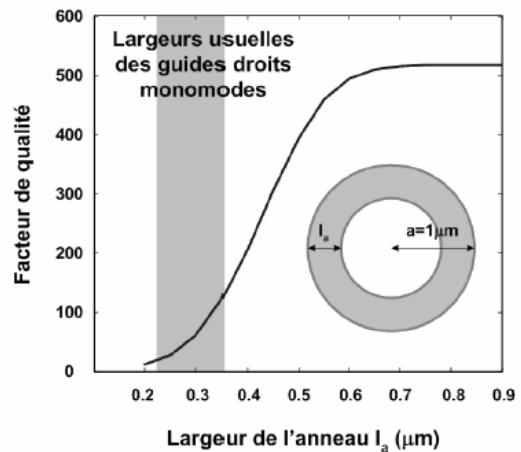


Fig. 4. Calcul du facteur de qualité d'un anneau d'InP ($n=2.63$) entouré d'air en fonction de la largeur de l'anneau à rayon extérieur constant $a=1 \mu\text{m}$.

Sur la figure (5), nous avons représenté l'évolution du facteur de qualité en fonction du rayon intérieur de l'anneau R_0 et de la profondeur des dents h_d d'un anneau de rayon extérieur $1.5 \mu\text{m}$. Nous montrons les résultats pour un ordre azimuthal $m=10$ et deux ordres radiaux $l=0$ et $l=1$. Nous remarquons que les deux modes possèdent une structure optimale différente. Ainsi, si on considère la structure indiquée par le cercle vert, nous aurons un mode de galerie ($m=10, l=0$) fortement favorisé et un mode ($m=10, l=1$) très défavorisé. Nous avons une structure quasi monomode. Notons que l'anneau a alors une largeur bien supérieure à celle d'un guide droit monomode.

IV. CONCLUSION

Nous avons présenté un modèle semi-analytique pour simuler les micro-structurations d'un disque. Comparé à la FDTD, ce modèle de Floquet-Bloch s'est montré particulièrement rapide, tout en étant précis et stable. Nous avons pu ainsi étudier la structure du disque denté et montrer les propriétés de sélectivité modale de ce composant. Puis, nous avons abordé les effets des processus technologiques sur ce composant en étudiant le disque en fleur. Nous avons alors présenté le composant quasi-monomode optimum qu'est l'anneau denté.

REFERENCES

- [1] M. Fujita and T. Baba, « Microgear laser », Applied Physics Letters, vol. 80, pp. 2051-2053, March 2002.
- [2] S.V. Boriskina, T.M Benson, P. Sewell and A.I. Nosich, « Highly efficient design of spectrally engineered whispering gallery mode microlaser resonators », Optical and quantum Electronics, Vol. 35, pp.545-559, 2003.
- [3] K.C. Chang, V. Shah and T. Tamir, « Scattering and guiding of waves by dielectric gratings with arbitrary profiles », Journal of Optical Society of America, Vol. 70, pp. 804-813, July 1980.

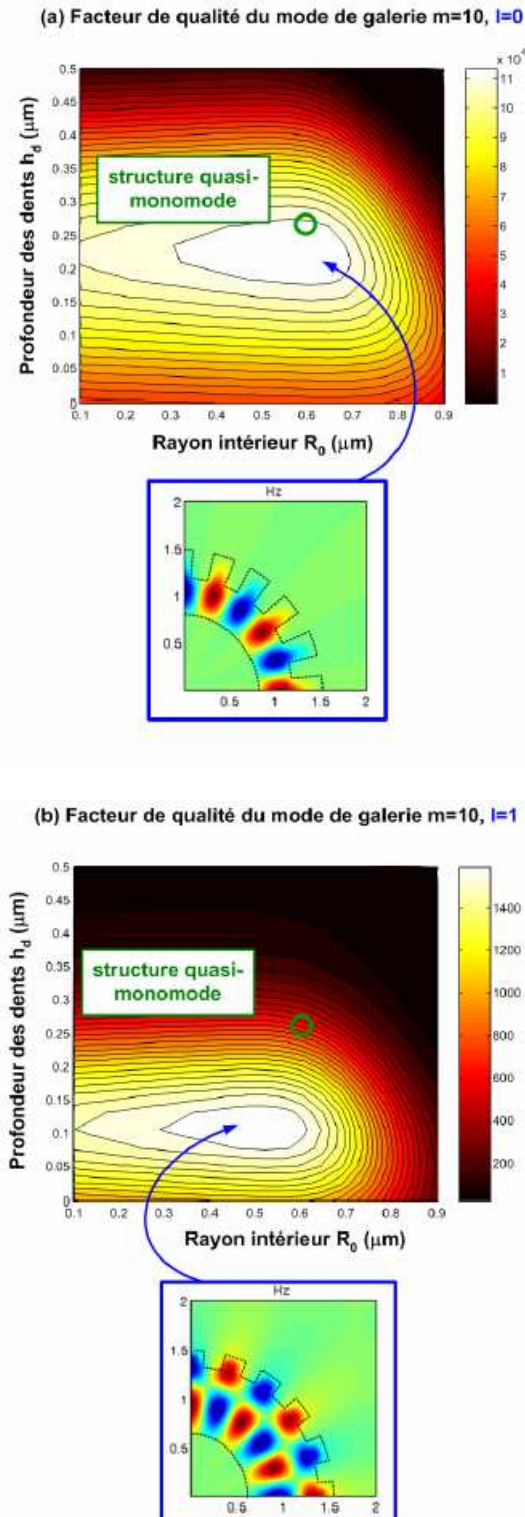


Fig. 5. La structure étudiée est un anneau de rayon intérieur R_0 , de rayon extérieur $a = 1,5 \mu\text{m}$ au bord duquel un réseau de Bragg est inscrit. La profondeur des dents est notée h_d avec $n_2 = 2.63$ et $n_1 = 1$. (a) Nous représentons la variation du facteur de qualité du mode de galerie TE($m = 10, l = 0$) en fonction de R_0 et h_d . La carte de champ correspondant à l'optimisation pour ce mode est montrée. (b) On montre la variation du facteur de qualité pour le mode TE($m = 10, l = 1$). L'optimum n'est pas le même.