

**OSCILLATEUR à PONT de WIEN :
APPROCHES TRANSFERT et ESPACE d'ETAT, SIMULATION à l'AIDE de MATLAB-
SIMULINK**

Auteurs :

R. MUSSET¹, H. SOULEY ALI², P. SCHWEITZER³

Roland MUSSET¹ a obtenu son diplôme d'ingénieur ENSEM en automatique en 1980. Il a été reçu à sa thèse de doctorat en automatique en 2001 à l'Université Henri Poincaré Nancy I. Il est actuellement professeur d'ENSAM au département G.E.I.I. de l'IUT Henri Poincaré de Longwy. Il enseigne l'informatique industrielle (systèmes logiques et langages de programmation), l'automatique dans les systèmes à fluides sous pression (électrohydraulique). Ses thèmes de recherche développés au Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN) équipe de Longwy sont la modélisation et la commande des systèmes à fluide sous pression.

Adresse postale: Roland MUSSET, IUT Henri Poincaré de Longwy, 186, rue de Lorraine, 54400 – Cosnes et Romain, France.

Email : musset@iut-longwy.uhp-nancy.fr

Harouna SOULEY ALI² a soutenu sa thèse en automatique en 2002 à l'Université Henri Poincaré Nancy I, où ses recherches ont été menées au sein du Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN).

Depuis septembre 2002, il est maître de Conférences à l'IUT de Nancy-Brabois où il enseigne l'automatique. Il poursuit également ses recherches au sein du CRAN équipe de Longwy, plus précisément dans le domaine de l'observation et de la commande robustes.

Adresse postale: Harouna SOULEY ALI, IUT de Nancy-Brabois, Le Montet 54601 – Villers-lès-Nancy Cedex France.

Email : Harouna.Souley-ali@iutnb.uhp-nancy.fr ou souley@iut-longwy.uhp-nancy.fr

Patrick SCHWEITZER³ est maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré de Nancy, depuis 1994. Il enseigne l'électronique analogique et numérique à l'IUT Henri Poincaré de Longwy. Il exerce ses activités de recherche au Laboratoire d'Instrumentation Electronique de Nancy (LIEN) dans les domaines de l'instrumentation électronique et la métrologie ultrasonore.

Adresse postale: Patrick SCHWEITZER, IUT Henri Poincaré de Longwy, 186, rue de Lorraine, 54400 Cosnes et Romain, France.

Email : schweitz@lien.u-nancy.fr ou Patrick.Schweitzer@iut-longwy.uhp-nancy.fr

Résumé:

Cet article présente un projet pédagogique réalisable en formation post-bac dans les domaines de l'électronique et de l'automatique.

L'utilisation de composants électroniques associée à un logiciel de simulation dénommé Matlab – Simulink, très répandu dans la recherche et l'enseignement supérieur permet de comprendre la corrélation entre deux domaines que sont l'électronique et l'automatique. Le projet décrit dans cet article est réalisé à partir d'un montage « oscillateur à pont de Wien », montage classique et très utilisé dans l'enseignement. La condition d'oscillation sera étudiée en fonction des valeurs des composants, d'autres notions comme la commandabilité et l'observabilité seront également introduites.

Niveau de connaissances requis : cours d'électronique sur l'amplificateur opérationnel (A.O.) et cours d'automatique.

Mots clés :

Contre-réaction, oscillateur à pont de Wien, fonction de transfert, représentation d'état, Matlab, Simulink, conditions d'oscillation.

Plan

INTRODUCTION

1. MONTAGE de l'OSCILLATEUR à PONT de WIEN

1.1. Conditions d'oscillation d'un système bouclé

1.2. Montage de base

2. APPROCHE TRANSFERT de l'OSCILLATEUR à PONT de WIEN

2.1. Etude de la chaîne directe

2.2. Etude de la chaîne de retour

2.3. Conditions d'oscillation

3. APPROCHE ESPACE d'ETAT de l'OSCILLATEUR à PONT de WIEN

3.1. Etude de la chaîne de retour à partir de la représentation d'état

3.2. Conditions d'oscillation

3.2.1. Cas 1 : Système stable ($R_2 < 2R_1$)

3.2.2. Cas 2 : Système oscillant ($R_2 = 2R_1$)

3.2.3. Cas 3 : Système instable ($R_2 > 2R_1$)

4. CONCLUSION

5. ANNEXES

5.1. Programme Matlab

5.2. Schémas blocs Simulink

5.3. Définitions en automatique

5.3.1 La commandabilité

5.3.2 L'observabilité

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

La commande d'un processus nécessite des connaissances pluridisciplinaires notamment en électronique, en automatique et en informatique industrielle tant du point de vue théorique que pratique. Pour les étudiants abordant ces matières, il est souvent difficile de comprendre la corrélation entre ces différents domaines. L'objet de cet article est de répondre à ces questions, à partir d'un montage électronique de base étudié dans de nombreuses écoles et utilisant un amplificateur opérationnel classique.

Deux approches différentes nous permettant d'étudier les conditions d'oscillation seront présentées. La première à partir des lois de Barkhausen ; la seconde, basée sur l'étude des matrices d'état à partir desquelles sont définies les valeurs propres et les conditions d'oscillations.

Toutes les simulations et représentations graphiques du système seront réalisées à partir du logiciel Matlab-Simulink et présentées dans le texte qui suit.

1. MONTAGE de l'OSCILLATEUR à PONT de WIEN

1.1. Conditions d'oscillation d'un système bouclé

Dans bien des cas de régulation de processus, on est en présence d'un système bouclé qui peut être représenté de la manière suivante :

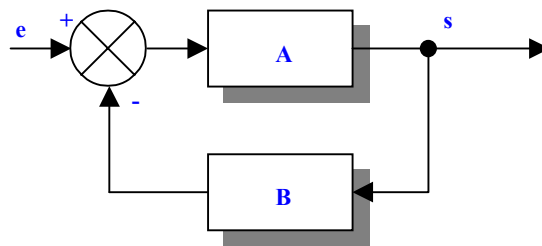


figure 1 : Système bouclé

La fonction de transfert du système bouclé est alors :

$$H(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{A(j\omega)}{1 + A(j\omega)B(j\omega)} \quad (1.1)$$

Si le gain de boucle AB est grand alors H dépend très peu de A . On a alors $H = \frac{1}{B}$. Si B est bien maîtrisé, la fonction de transfert H ne dépendra quasiment plus de la fonction de transfert A , qui pourra être imprécise, pourvu que sa valeur soit élevée. On réalise un asservissement de la sortie sur l'entrée au facteur $\frac{1}{B}$ près.

D'après l'équation (1.1), le produit AB peut être négatif et notamment prendre la valeur (-1) (le module du gain vaut $(+1)$ et le déphasage (180°)). Dans ce cas particulier, le dénominateur s'annule : il n'y a plus besoin de signal en entrée pour qu'il existe un signal de sortie. Nous sommes en présence d'un montage dit oscillateur que nous étudierons ci-après. Dans toute la suite, on considère donc $e = 0$.

1.2. Montage de base

Le montage de base (figure 2) est connu sous le nom d'oscillateur à pont de Wien. L'analogie entre les figures 1 et 2 nous amène aux constatations suivantes :

- La fonction de transfert A (ou chaîne directe) est composée d'un amplificateur opérationnel (A.O.) associé à 2 résistances R_1 et R_2 ,
- La fonction de contre-réaction B (ou chaîne de retour) est un réseau RC

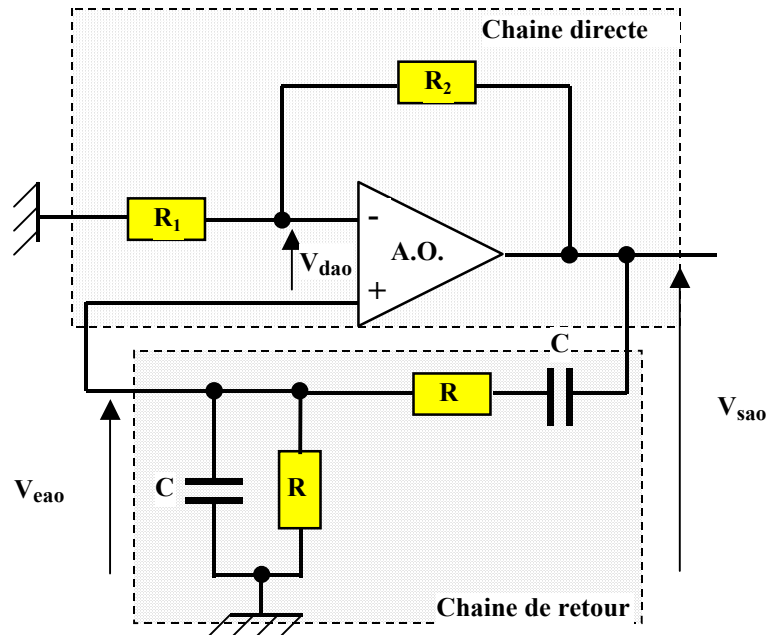


figure 2 : Montage oscillateur à pont de Wien

Pour respecter la forme classique d'une boucle de rétroaction, on considère dans toute la suite, la sortie de la chaîne de retour donnée par le signal $-V_{eao}$. Ainsi, avec le $-$ du comparateur (sommateur), on a bien le signal V_{eao} qui entre dans la chaîne directe.

2. APPROCHE TRANSFERT de l'OSCILLATEUR à PONT de WIEN

2.1. Etude de la chaîne directe

La chaîne directe comporte des composants passifs (R_1 et R_2) associés à un amplificateur opérationnel. Nous prenons en compte la résistance d'entrée différentielle Z_{eao} , la résistance de sortie Z_{sao} ainsi que le coefficient d'amplification en boucle ouverte $A_{dao} = V_{sao}/V_{dao}$. On obtient alors le schéma équivalent suivant de la chaîne directe :

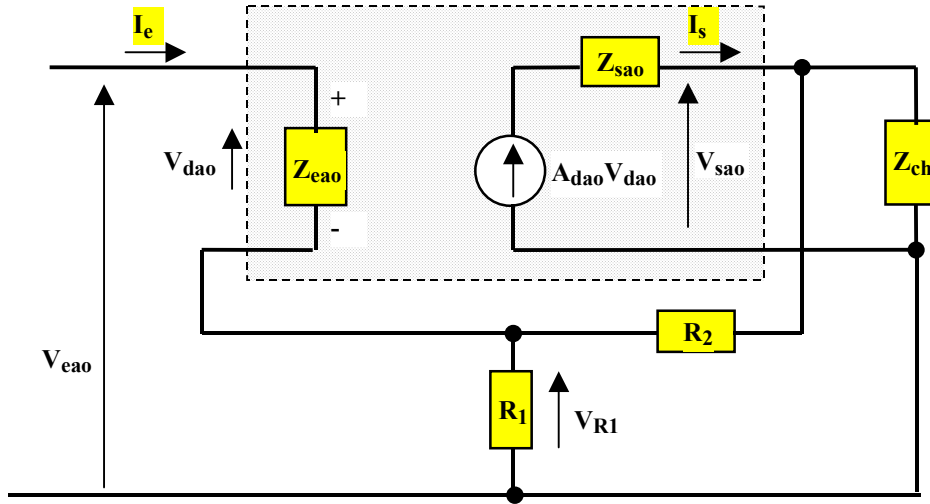


figure 3 : Schéma équivalent de la chaîne directe

On suppose que la résistance de charge Z_{ch} est très petite devant la résistance d'entrée du quadripôle due aux résistances R_1 et R_2 . On obtient à partir de la figure 3 les deux équations suivantes :

$$V_{sao} = A_{dao} V_{dao} - Z_{sao} I_s \quad (2.1)$$

$$V_{dao} = V_{eao} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sao} \quad (2.2)$$

L'intégration de (2.2) dans (2.1) donne :

$$V_{sao} = \frac{1}{\frac{1}{A_{dao}} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}} V_{eao} - \frac{Z_{sao} I_s}{1 + \frac{A_{dao} R_1}{R_1 + R_2}} \quad (2.3)$$

La tension de sortie du montage est fonction de la tension V_{eao} ainsi que de l'impédance de sortie Z_{sao} . En pratique, l'impédance de sortie Z_{sao} de l'A.O. est très petite par rapport aux valeurs du gain $A_{dao} \approx 10^5$ à 10^6 et des résistances R_1 et R_2 : quelques kilo-ohms. En prenant en considération ces données dans l'équation (2.3), on obtient alors :

$$V_{sao} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_{eao} = H_1 V_{eao} \quad (2.4)$$

Celle-ci est l'équation d'un montage A.O. non-inverseur bien connu en électronique.

2.2. Etude de la chaîne de retour

La chaîne de retour est l'association en série d'un groupement RC série et d'un groupement RC parallèle.

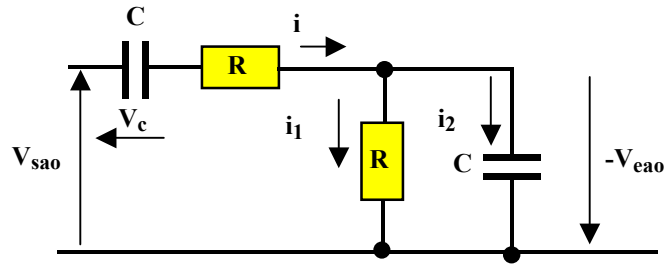


figure 4 : Chaîne de retour

La fonction de transfert complexe (en $j\omega$) de ce réseau s'écrit :

$$H_2(j\omega) = \frac{-V_{eao}}{V_{sao}} = \frac{-1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} \quad (2.5)$$

Dans toute la suite du travail, on considère

$$R = 10k\Omega \text{ et } C = 10nF \quad (2.6)$$

2.3. Conditions d'oscillation

Le montage global de la figure 1 fonctionne en oscillateur, si les conditions limites d'oscillation de Barkhausen [6] sont vérifiées, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} |A(j\omega)B(j\omega)| = 1 \\ \arg(A(j\omega)) + \arg(B(j\omega)) = (2k+1)\pi \Rightarrow k \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (2.7)$$

En appliquant ces conditions au montage de la figure 2, le module du gain (AB) doit être égal à "1" et le déphasage est alors de $\pm 180^\circ$. Le produit (AB), ($A \equiv H_1, B \equiv H_2$) de la chaîne directe et de retour pour le montage oscillateur de la figure 2 est alors :

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) \times H_2(j\omega) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \frac{-1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} \quad (2.8)$$

Le déphasage de 180° implique que la partie imaginaire $RC\omega - \frac{1}{RC\omega} = 0$, d'où la valeur de la fréquence d'oscillation suivante :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2.9)$$

A cette fréquence d'oscillation f_0 , le module $H(j\omega)$ doit être égal à 1 soit $\frac{R_1 + R_2}{R_1} = 3$, d'où la condition :

$$R_2 = 2R_1 \quad (2.10)$$

En pratique, la condition précédente sera $R_2 \geq 2R_1$ de façon à ajuster le gain et obtenir des oscillations.

3. APPROCHE ESPACE D'ETAT de l'OSCILLATEUR à PONT de WIEN

3.1. Etude de la chaîne de retour à partir de la représentation d'état

Considérons de nouveau la figure 4 représentant la chaîne de retour qui est donc constituée d'un pont de Wien ; il s'agit de deux circuits RC dont l'un est en série et l'autre en parallèle. Nous allons d'abord nous intéresser au condensateur C du circuit parallèle. Suivant les lois de l'électricité, la variation de tension aux bornes de cette capacité est donnée par :

$$\frac{dV_{eao}}{dt} = \frac{1}{C} i_2 = \frac{1}{C} (i - i_1) = \frac{1}{C} i - \frac{1}{RC} V_{eao} \quad (3.1)$$

Or la loi des mailles appliquée au pont de Wien donne :

$$V_c + Ri + V_{eao} - V_{sao} = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{V_{sao} - V_c - V_{eao}}{R} \quad (3.2)$$

En remplaçant la valeur du courant donnée par (3.2) dans l'équation (3.1), on obtient :

$$\frac{dV_{eao}}{dt} = -\frac{2}{RC} V_{eao} - \frac{1}{RC} V_c + \frac{1}{RC} V_{sao} \quad (3.3)$$

D'autre part, toujours d'après (3.2) et sachant que le courant est proportionnel à la variation de tension aux bornes d'un condensateur, on a :

$$RC \frac{dV_c}{dt} = -V_c - V_{eao} + V_{sao} \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_c}{dt} = -\frac{V_{eao}}{RC} - \frac{V_c}{RC} + \frac{V_{sao}}{RC} \quad (3.4)$$

Ainsi en regroupant les équations (3.3) et (3.4), on peut écrire le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{eao}}{dt} \\ \frac{dV_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{RC} & -\frac{1}{RC} \\ -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{eao} \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} \\ \frac{1}{RC} \end{bmatrix} V_{sao} \quad (3.5)$$

$$-V_{eao} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{eao} \\ V_c \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Cette écriture représente l'évolution des variables de la chaîne de retour en fonction du temps. Elle est de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_1 x + B_1 u \\ y &= C_1 x + D_1 u\end{aligned}\tag{3.7}$$

avec $A_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D_1 \in \mathbb{R}^{p \times m}$. La forme générale (3.7) est appelée représentation d'état; elle permet une étude temporelle des systèmes. A_1, B_1, C_1, D_1 sont respectivement les matrices d'état, de commande, de mesure et matrice de transmission directe du système (3.7). x et n sont le vecteur d'état et la dimension du système, p et m étant le nombre de mesures et de commandes respectivement.

L'équivalence d'écriture entre le système constitué des équations (3.5)-(3.6) et le système (3.7) est immédiate en posant :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ \frac{RC}{-1} & \frac{RC}{-1} \\ \frac{RC}{RC} & \frac{RC}{RC} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{RC}{1} \\ \frac{RC}{RC} \end{bmatrix}, \quad C_1 = [-1 \quad 0], \quad D_1 = 0, \quad x = \begin{bmatrix} V_{eao} \\ V_c \end{bmatrix}, \quad y = -V_{eao}, \quad n = 2 \tag{3.8}$$

Ces valeurs sont identiques à celles prises lors de l'approche fonction de transfert.

L'intérêt du logiciel de calcul matriciel Matlab est de nous permettre une étude rapide d'un grand nombre de systèmes physiques aussi bien dans le domaine temporel que fréquentiel. Ainsi, en utilisant par exemple les fonctions suivantes de Matlab : *step* et *nyquist* (taper *help* suivi du nom de la fonction pour avoir une explication détaillée de celle-ci), nous avons des informations pertinentes sur le système. Ces notions (temporelles ou fréquentielles) de réponse indicielle, de stabilité (aptitude d'un système qui tend à revenir à sa position d'équilibre lorsqu'il est écarté de celle-ci), de diagramme de Nyquist sont essentielles pour l'étude des systèmes dynamiques linéaires et stationnaires. Elles peuvent être trouvées dans de nombreux ouvrages d'automatique, [9 ; 10 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18] par exemple.

Remarque :

Avant de passer à l'étude des conditions d'oscillations, nous allons montrer l'analogie qui existe entre la représentation sous forme de fonction de transfert que nous avons utilisée pour décrire le pont de Wien et la représentation sous forme d'état. Pour cela, la méthode choisie consiste à transformer la fonction de transfert de la chaîne de retour ou pont de Wien de la partie « approche transfert » (2.5) (où on pose $s = j\omega$, s étant l'opérateur symbolique de Laplace). On la transforme sous forme d'état et on montre qu'elle est équivalente à celle que nous avons obtenue grâce aux équations électriques (3.8). Ceci est réalisé grâce à la fonction *tf2ss* de Matlab. Cette fonction permet de passer d'une représentation sous forme de fonction de transfert à une représentation sous forme d'état d'un système donné ; on pourra taper *help tf2ss* sur l'espace de travail de Matlab pour avoir plus d'explications sur cette fonction ou sur son inverse *ss2tf*.

Il faut d'abord montrer que la fonction de transfert (2.5) de la chaîne de retour (pont de Wien) s'écrit en fonction de l'opérateur de Laplace s sous la forme :

$$H_2(s) = \frac{-V_{eao}}{V_{sao}} = \frac{-RCs}{1 + 3RCs + R^2C^2s^2} \tag{3.10}$$

C'est sous cette forme qu'on saisit la fonction de transfert sous Matlab. Suivant les valeurs numériques (2.6) des éléments R et C du circuit, nous obtenons la représentation d'état avec les matrices (A_0, B_0, C_0, D_0) suivantes grâce à la fonction *tf2ss* de Matlab :

$$A_0 = \begin{bmatrix} -3.10^5 & -1.10^8 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_0 = [1.10^4 \quad 0], \quad D_0 = 0 \quad (3.11)$$

Dans une seconde étape, on donne les valeurs numériques des matrices (A_1, B_1, C_1, D_1) en utilisant directement leurs expressions données par l'équation (3.8) ; ainsi on obtient :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2.10^4 & -1.10^4 \\ -1.10^4 & -1.10^4 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1.10^4 \\ 1.10^4 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [-1 \quad 0], \quad D_1 = 0 \quad (3.12)$$

Pour finir l'analogie, il reste à montrer qu'il existe une matrice de changement de base (donc inversible) $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ telle que les relations suivantes soient vérifiées [9] :

$$A_1 = T^{-1}A_0T, \quad B_1 = T^{-1}B_0 \text{ (ou } TB_1 = B_0), \quad C_1 = C_0T, \quad D_1 = D_0 \quad (3.13)$$

La matrice T se calcule facilement en utilisant les relations précédentes (3.13) et nous obtenons alors :

$$T = \begin{bmatrix} 1.10^{-4} & 0 \\ -1.10^{-8} & 1.10^{-8} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Ainsi l'équivalence est clairement établie entre le système (pont de Wien) utilisé dans la partie 2 (« approche fonction de transfert ») et celui de la partie 3 (« approche représentation d'état ») obtenu grâce aux équations électriques du montage.

Il est à noter que ces valeurs numériques peuvent être normalisées ou prises dans un autre système d'unités pour qu'elles ne soient plus faibles.

L'analogie que l'on vient de montrer est l'objet de la première partie du programme Matlab donné en annexe.

3.2. Conditions d'oscillation

Les nouveaux outils de l'automatique permettent une étude détaillée d'un système à travers sa représentation d'état ; des notions comme la *commandabilité*, l'*observabilité* ont été ainsi introduites [9]. Ici, nous nous intéressons à la première de ces propriétés.

Dans le cadre du pont de Wien, il s'agit de savoir si on peut utiliser l'entrée de commande V_{sao} (3.5) pour agir sur l'évolution du système.

Pour étudier la commandabilité du système qui nous intéresse, il nous faut chercher le rang de la matrice : $C_{sys} = [B_1 \quad A_1B_1 \quad A_1^2B_1]$. Cette matrice est de rang 2 et le système à l'étude est donc bien commandable.

Il faut remarquer aussi que dans les équations d'état du système, on peut remplacer la valeur de l'entrée de commande V_{sao} par sa valeur calculée grâce à la chaîne directe.

Or on sait que la chaîne directe (2.4) donne :

$$V_{\text{sao}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_{\text{eao}} \quad (3.15)$$

En remplaçant dans (3.5) l'entrée V_{sao} par sa valeur, nous obtenons le système (3.5)-(3.6) sous la forme

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_\lambda x + B_\lambda u \\ y &= C_\lambda x + D_\lambda u \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\text{avec } A_\lambda = \begin{bmatrix} \frac{R_2 - R_1}{R_1 RC} & -\frac{1}{RC} \\ \frac{R_2}{RC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, \quad B_\lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_\lambda = [-1 \quad 0], \quad D_\lambda = 0 \quad (3.17)$$

En fait, le système se réduit à un système libre puisque la matrice de commande $B_\lambda = 0$ et l'équation différentielle décrivant l'évolution du système se réduit à $\dot{x} = A_\lambda x$. Ce sera toujours le cas pour une valeur donnée de V_{sao} du fait que cette dernière est explicitement fonction de V_{eao} grâce à la chaîne directe.

Il faut aussi remarquer que le fait de remplacer V_{sao} par sa valeur donnée par la chaîne directe permet la fermeture de la boucle de rétroaction.

Notons que l'étude des conditions d'oscillations peut se faire ici aussi grâce à un critère fréquentiel ou alors suivant un critère temporel (représentation dans l'espace d'état).

Pour le cas fréquentiel, on utilisera le critère de Nyquist. Ce critère permet d'étudier la stabilité d'un système bouclé à partir de sa fonction de transfert en boucle ouverte ; pour une explication plus détaillée, se référer à [17 ; 18]. Sommairement, il s'agit de tracer le lieu de transfert en boucle ouverte dans le sens des pulsations croissantes et d'en déduire la stabilité par rapport au point critique de coordonnées (-1,0). Lorsque le lieu de transfert laisse le point critique à gauche, le système bouclé est stable ; quand il passe par ce point, le système est en limite de stabilité (oscillant, cas de l'oscillateur étudié). Autrement le système bouclé est instable.

Dans le cas de la représentation d'état, rappelons d'abord que les valeurs propres d'un système général représenté par (3.7) sont les valeurs propres de la matrice A_1 ; elles sont très importantes pour l'étude de la dynamique d'un système c'est-à-dire pour savoir si le système est stable ou pas [9]. Ces valeurs propres peuvent être complexes. Et suivant que ces valeurs propres sont à parties réelles négatives ou positives, le système est dit stable ou instable. Elles peuvent aussi être imaginaires pures, dans ce cas le système sera oscillant.

Dans la section qui suit, il s'agit d'étudier les valeurs propres de la matrice A_λ suivant la relation qui lie R_1 et R_2 dans l'expression de l'entrée de commande V_{sao} .

L'annexe (5.1.) présente le programme qui permet de traiter l'étude de ces conditions d'oscillation. On peut ainsi visualiser, sous Matlab, la sortie y que nous obtenons pour le système (3.16). Comme dans la partie 2 (« approche fonction de transfert »), pour faire réagir le système, nous avons besoin de le perturber avec des bruits très faibles, de l'ordre de 10^{-8} V.s^{-1} . Le bruit est de la même unité

que $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \frac{dV_{eao}}{dt} \\ \frac{dV_c}{dt} \end{bmatrix}$. On ajoute ainsi la matrice $\begin{bmatrix} 10^{-8} \\ 10^{-8} \end{bmatrix}$ à la dynamique du système non perturbé (unités s^{-1}).

On peut donc passer à l'étude des conditions d'oscillation suivant :

3.2.1. Cas 1 : Système stable ($R_2 < 2R_1$)

En prenant les valeurs suivantes de résistances : $R_1 = 22 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, les valeurs propres de la matrice A_λ du système autonome (3.16)-(3.17) sont négatives. Le système est stable et comme le montre la figure 5, la réponse indicielle de ce système converge rapidement vers 0. Nous ne pouvons donc pas utiliser cette configuration du système pour générer un signal oscillant. Cette conclusion est aussi illustrée par le tracé du lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte.

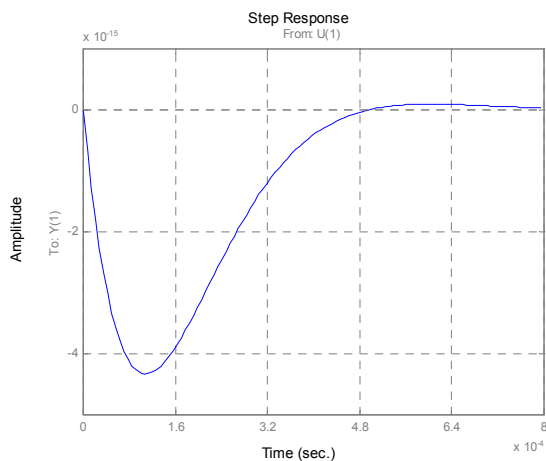


figure 5 : Système stable réponse indicielle

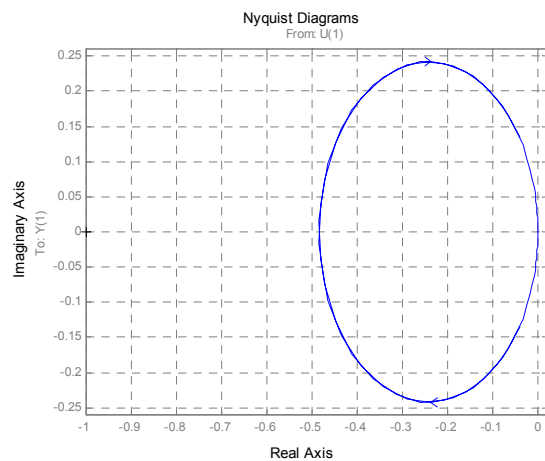


figure 6 : Système stable critère de Nyquist

3.2.2. Cas 2 : Système oscillant ($R_2 = 2R_1$)

Ici, nous avons $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, les valeurs propres de la matrice A_λ du système autonome sont imaginaires pures. Il s'agit du cas dit juste instable ; on a à la sortie du système un signal oscillatoire qui explique le nom d'oscillateur à pont de Wien donné à l'installation. Le tracé de Nyquist passe alors par le point critique.

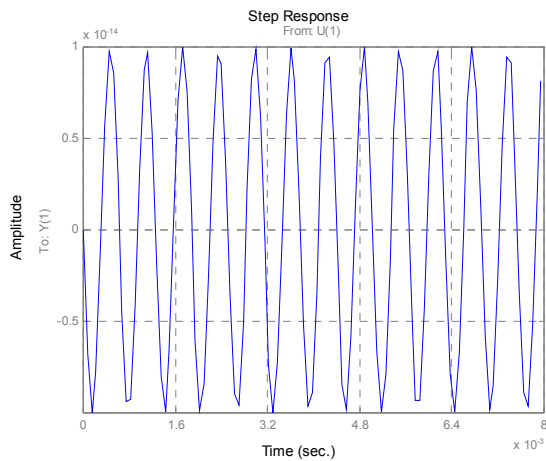


figure 7 : Système oscillant réponse indicielle

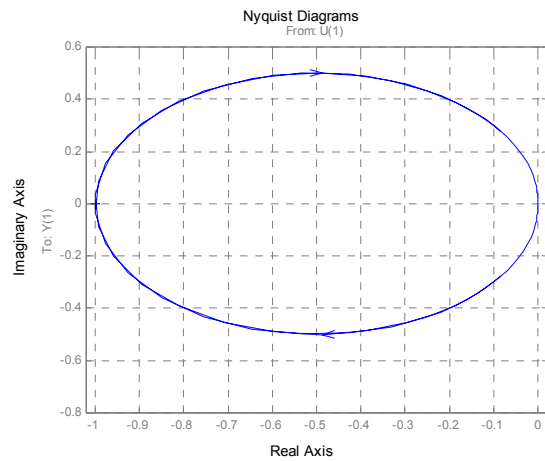


figure 8 : Système oscillant critère de Nyquist

3.2.3. Cas 3 : Système instable ($R_2 > 2R_1$)

Dans ce troisième cas, nous avons pris $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 22 \text{ k}\Omega$. La représentation sous forme d'état donne un système instable (figure 9) car le système a des valeurs propres à parties réelles positives ; ce que nous confirme bien le tracé de Nyquist de la boucle ouverte (figure 10).

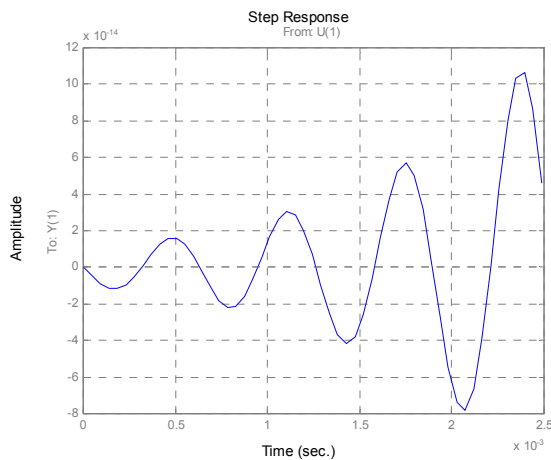


figure 9 : Système instable réponse indicielle

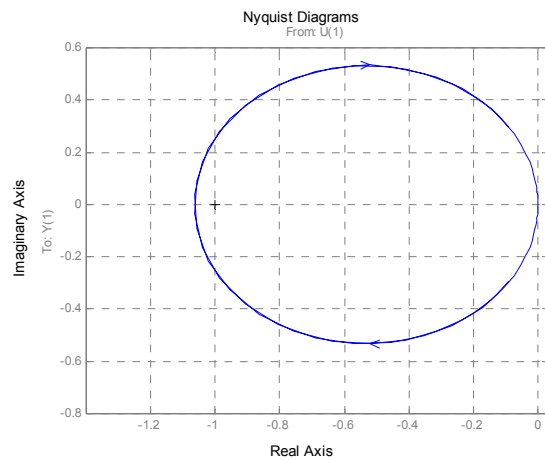


figure 10 : Système instable critère de Nyquist

Il est à remarquer que dans la dernière partie, nous utilisons le logiciel *Simulink* de *Matlab* pour donner une représentation graphique du système (3.16)-(3.17) ; en effet, *Simulink* est un logiciel de simulation qui permet grâce à une interface graphique de saisir des modèles graphiques de systèmes et de les analyser (annexe (5.2.)). On notera que pour bien détailler les opérations mathématiques de base (somme, produit, dérivation, intégration,...) intervenant dans le modèle d'un système dynamique, le choix a été fait de présenter un modèle « éclaté » en annexe (5.2.), figure 11. Mais on peut utiliser directement le bloc *transfer function* de *Simulink* se trouvant dans la librairie *Linear* où on n'aura plus qu'à saisir les valeurs numériques des matrices $A_\lambda, B_\lambda, C_\lambda, D_\lambda$ du système (3.16)-(3.17) en annexe (5.2.), figure 12.

4. CONCLUSION

A partir de deux approches différentes, nous sommes arrivés au même résultat, c'est-à-dire l'étude des conditions d'oscillation d'un montage à pont de Wien.

Ce projet comporte des manipulations pratiques réalisées avec des composants électroniques sur simulateur. Des simulations avec écriture de programmes sont effectuées sur le logiciel Matlab-Simulink.

Elles montrent ainsi le lien existant entre l'étude des systèmes suivant l'approche fonction de transfert et l'approche représentation d'état.

Différentes définitions telles que contre réaction, stabilité, commandabilité, etc. sont abordées.

5. ANNEXES

5.1. Programme Matlab

```
%% Toute commande ecrite apres "%" n'est pas execute
%% Equivalence: electronique (transfert) et automatique (etat)
clear %pour effacer les anciennes donnees de la fenetre Matlab

%% Elements du circuit
R = 1.e4; %% resistance en ohms
C = 1.e-8; %% capacite en farads

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Equation d'etat (3.5)-(3.7)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

A1=[-2/(R*C) -1/(R*C);-1/(R*C) -1/(R*C)];
B1=[1/(R*C);1/(R*C)];
C1=[-1 0];
D1=0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% fonction de transfert elect. H2 avec operateur s
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% numerateur
n0bo1 = 0;
n1bo1 = - R*C;
n2bo1 = 0;

%% denominateur
d0bo1 = 1;
d1bo1 = 3*R*C;
d2bo1 = (R*C) * (R*C);

Num0 = [n2bo1 n1bo1 n0bo1];

Den0 = [d2bo1 d1bo1 d0bo1];

%% on passe de la fonction de transfert a equation etat
[A0,B0,C0,D0] = tf2ss(Num0,Den0);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% matrice de changement de base
%% apres resolution systeme equations
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

T = [1*1e-4 0;-1*1e-8 1*1e-8];

%% test pour verifier (3.12)
test01 = A1-inv(T)*A0*T;
test02 = B1 - inv(T)*B0;
test03 = C1 - C0*T;
test04 = D1-D0;

vpa0 = eig(A0); %% meme valeurs propres que A1 donc même dynamique

sys1 = ss(A1,B1,C1,D1); %% Saisie sous matlab de la
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% representation etat
sys111 = ss(A0,B0,C0,D0); %% Saisie sous matlab de la
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% representation etat

%% etude de la controllabilite grace a la fonction ctrb de matlab
Csys1 = ctrb(sys1);

rcsys1=rank(Csys1); %% rang plein donc systeme commandable

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ETUDE DES CONDITIONS D'OSCILLATION
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Cas 1;  $R2 < 2*R1$ ; les valeurs propres sont négatives
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% système libre stable
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R1 = 22.e3; %% en ohm
R2 = 10.e3; %% en ohms

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Methode frequentiel Nyquist
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```



```

%%% definition de la chaine directe
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

nh1 = (R1+R2)/R1;
dh1 = 1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Rappel de la fonction de transfert
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% chaine de retour %%%%%%%%%
%% numerateur
n0bo1 = 0;
n1bo1 = - R*C;
n2bo1 = 0;

%% denominateur
d0bo1 = 1;
d1bo1 = 3*R*C;
d2bo1 = (R*C) * (R*C);

Num0 = [n2bo1 n1bo1 n0bo1];

Den0 = [d2bo1 d1bo1 d0bo1];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Construction de la boucle ouverte
%% numerateur boucle ouverte
numt = conv(Num0,nh1);

%% denominateur boucle ouverte
dent = conv(Den0,dh1);

%% systeme boucle ouverte
sysbo1 = tf(numt,dent);

%% trace de Nyquist
figure
nyquist(sysbo1),grid
%% on remarque qu'il est a gauche du point (-1,0)
%% donc boucle fermee stable

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Methode espace etat
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%% definition du systeme libre
%%% (equation (3.16)-(3.17) %%%%%%%%%

A11=[(R2-R1)/(R1*R*C) -1/(R*C);R2/(R1*R*C) -1/(R*C)];
B11=[0;0]; %% pas de perturbation

```

```

B11p=B11+[1.e-10;1.e-10]; %% ajout d'une faible perturbation
C11=[-1 0];
D11=0;
vpall=eig(A11) %% Cas 1 : valeurs propres
%% les valeurs propres sont a parties reelles négatives,
%% système libre stable

%% reconstruction du systeme libre pour Matlab

sysl1 = ss(A11,B11,C11,D11);

%% reconstruction du systeme libre ecarte de la position
d'equilibre

sysl1p = ss(A11,B11p,C11,D11);

figure
step(sysl1),grid
%Cas 1: reponse indicielle du systeme (3.15)-(3.16) non perturbe'

figure
step(sysl1p),grid
%Cas 1: reponse indicielle du systeme (3.15)-(3.16) perturbe'

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Cas 2; R2 = 2*R1; les valeurs propres sont négatives
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% système libre stable
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R1 = 10.e3; %% en ohm
R2 = 20.e3; %% en ohms, mettre deux de 10 pour normaliser

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Methode frequentiel Nyquist
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%%% definition de la chaine directe
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

nh1 = (R1+R2)/R1;
dh1 = 1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Rappel dela fonction de transfert
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% chaine de retour %%%%%%%%%
%% numerateur
n0bo1 = 0;
n1bo1 = - R*C;
n2bo1 = 0;

%% denominateur
d0bo1 = 1;
d1bo1 = 3*R*C;
d2bo1 = (R*C) * (R*C);

Num0 = [n2bo1 n1bo1 n0bo1];

Den0 = [d2bo1 d1bo1 d0bo1];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Construction de la boucle ouverte
%% numerateur boucle ouverte
numt = conv(Num0,nh1);

%% denominateur boucle ouverte
dent = conv(Den0,dh1);

%% systeme boucle ouverte
sysbo2 = tf(numt,dent);

%% trace de Nyquist
figure
nyquist(sysbo2),grid
%% on remarque qu'il est a gauche du point (-1,0)
%% donc boucle fermee stable

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Methode espace etat
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% definition du systeme libre
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% (equation (3.16)-(3.17) %%%%%%%%%

A12=[(R2-R1)/(R1*R*C) -1/(R*C);R2/(R1*R*C) -1/(R*C)];
B12=[0;0]; %% pas de perturbation
B12p=B12+[1.e-10;1.e-10]; %% ajout d'une faible perturbation

```

```

C12=[-1 0];
D12=0;
vpal2=eig(A12) %% Cas 2 : valeurs propres
%% les valeurs propres sont imaginaires pures,
%% système en limite de stabilite, oscillant

%% reconstruction du systeme libre pour Matlab

sysl2 = ss(A12,B12,C12,D12);

%% reconstruction du systeme libre ecarte
%% de la position d'equilibre

sysl2p = ss(A12,B12p,C12,D12);

figure
step(sysl2),grid
%%Cas 2: reponse indicielle du systeme (3.15)-(3.16) non perturbe'

figure
step(sysl2p),grid
%%Cas 2: reponse indicielle du systeme (3.15)-(3.16) perturbe'

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Cas 3; R2 > 2*R1; les valeurs propres sont négatives
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% système libre stable
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R1 = 10.e3; %% en ohm
R2 = 22.e3; %% en ohms

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Methode frequentiel Nyquist
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%% definition de la chaine directe
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

nh1 = (R1+R2)/R1;
dh1 = 1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Rappel de la fonction de transfert%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% chaine de retour %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% numerateur
n0bo1 = 0;
n1bo1 = - R*C;
n2bo1 = 0;

%% denominateur
d0bo1 = 1;
d1bo1 = 3*R*C;
d2bo1 = (R*C)*(R*C);

Num0 = [n2bo1 n1bo1 n0bo1];

Den0 = [d2bo1 d1bo1 d0bo1];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Construction de la boucle ouverte
%% numerateur boucle ouverte
numt = conv(Num0,nh1);

%% denominateur boucle ouverte
dent = conv(Den0,dh1);

%% systeme boucle ouverte
sysbo3 = tf(numt,dent);

%% trace de Nyquist
figure
nyquist(sysbo3),grid
%% on remarque qu'il est a gauche du point (-1,0)
%% donc boucle fermee stable

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Methode espace etat
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% definition du systeme libre
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%(equation (3.16)-(3.17))%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

A13=[(R2-R1)/(R1*R*C) -1/(R*C);R2/(R1*R*C) -1/(R*C)];
B13=[0;0]; %% pas de perturbation
B13p=B13+[1.e-10;1.e-10]; %% ajout d'une faible perturbation
C13=[-1 0];
D13=0;
vpal3=eig(A13) %% Cas 3 : valeurs propres

```

```

%% les valeurs propres sont a parties relles positives,
%% système libre instable

%% reconstruction du systeme libre pour Matlab

sysl3 = ss(A13,B13,C13,D13);

%% reconstruction du systeme libre ecarte de la position
%% d'equilibre

sysl3p = ss(A13,B13p,C13,D13);

figure
step(sysl3),grid
%'Cas 3: reponse indicielle du systeme (3.15)-(3.16) non perturbe'

figure
step(sysl3p),grid
%'Cas 3: reponse indicielle du systeme (3.15)-(3.16) perturbe'

```

5.2. Schémas blocs Simulink

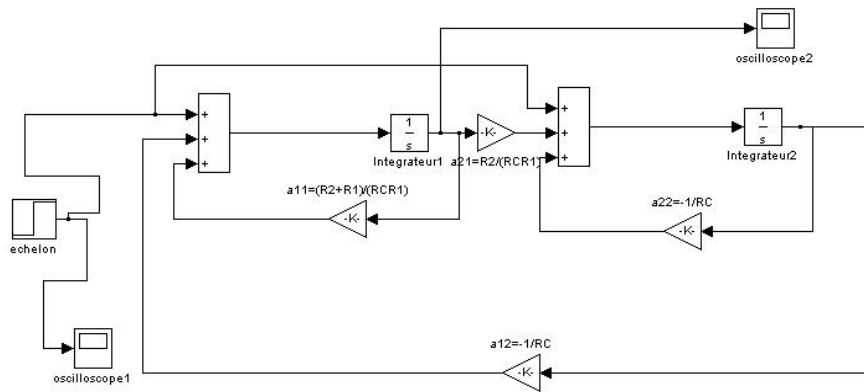


Figure 11 : Représentation sous forme d'état :système (3.16)-(3.17),forme « éclatée »

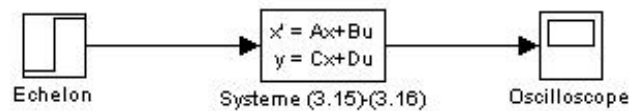


Figure 12 : Représentation sous forme d'état :système (3.16)-(3.17),forme compacte

5.3. Définitions en automatique [5]

5.3.1 La commandabilité

Un système défini par A , B , C , D est commandable si quelle que soit la condition initiale x_0 et quel que soit x_1 , il existe une commande $e(t)$ telle que $x(t) = x_1$ avec $t < \infty$, ou il existe un intervalle de temps $t_1 < \infty$ tel que $x(t_1) = x_1$.

Critère de commandabilité

$$\text{rang}[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] = n$$

5.3.2 L'observabilité

Un système défini par A , B , C , D est observable si connaissant $y(t)$ sur un intervalle $t \in (t_0, t_1)$ et $e(t)$ on peut calculer x_0 . On peut donc connaître tous les $x(t)$ et on pourra faire de la régulation d'état.

Critère d'observabilité :

La matrice $[C^T, A^T C^T, A^{(2)T} C^T, \dots, A^{(n-1)T} C^T]^T$ est de rang n .

BIBLIOGRAPHIE

- 1 P. BORNE, « Analyse et régulation des processus industriels », Tome 1 Régulation continue, TECHNIP 1993.
- 2 P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F.ROTELLA, J. ZAMBETTAKIS, « Modélisation et identification des processus industriels », tome 1, Edition TECHNIP, 1993.
- 3 P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTELLA, J. ZAMBETTAKIS, « Analyse et régulation des processus industriels », tome 2, Régulation numérique, Edition TECHNIP, 1993.
- 4 P. BORNE, G. DAUPHIN-TANGUY, J.P. RICHARD, F. ROTELLA, J. ZAMBETTAKIS, « Analyse et régulation des processus industriels », tome 3, régulation continue, TECHNIP, 1993.
- 5 J.C. CHAUVEAU, P. CHAUVEAU, « Systèmes asservis linéaires », Edition CASTELLA, 1994.
- 6 E. GHEERAERT, « Les oscillateurs sinusoïdaux », cours d'électronique, Institut des Sciences et Techniques de Grenoble, Université Joseph Fourier, 2002.
- 7 T. KAILATH, « Linear System », PRENTICE HALL, 1980.
- 8 I.D. LANDAU, « Identification et commande des systèmes », Hermès, Paris, 1993.
- 9 P. de LARMINAT, « Automatique, Commande des systèmes linéaires. », Traité des nouvelles technologies, Série Automatique, 2^{ème} édition revue et augmentée, HERMES.
- 10 C. MIRA C., « Systèmes asservis non linéaires. », Traité des nouvelles technologies, série Automatique, HERMES, 1991.
- 11 M. MOKHTARI, A. MESBAH, « Apprendre et maîtriser MATLAB », versions 4 & 5 et SIMULINK, SPRINGER, 1997.
- 12 MATLAB, « The Language of Technical Computing », The MATH WORKS Inc., 2000.
- 13 A. RACHID, « Systèmes de régulation », Coordonné par A. RACHID. Collection Automatique, MASSON, 1996.
- 14 J.J. DI_STEFANO, A.R. STUBBERUD, I.J. WILLIAMS, « Systèmes asservis », cours et problèmes, 2^{ème} édition, Séries SCHAUM, 1994.
- 15 M. ZELAZNY, E. GIRI, T. BENNANI, « Systèmes asservis : commande et régulation », Tome 1 représentation, analyse, performances, EYROLLES, 1993.
- 16 M. ZELAZNY, E. GIRI, T. BENNANI, « Systèmes asservis : commande et régulation », Tome 2 Synthèse, applications, instrumentation, EYROLLES, 1993.
- 17 J.J. DISTEPHANO, A.R. STUBBERUD, I.J. WILLIAMS, « Systèmes asservis », 2^{ème} édition, Série SCHAUM, 1994.
- 18 P. CODRON, S. LE BALLOIS, « Automatique : Systèmes linéaires et continus », DUNOD, 1998.