**Magnétostatique, algèbre vectoriel :
une série de TP mise en place en DEUG STPI à Caen**

D. Robbes¹ et M. Pichon²

¹ Université de Caen
Campus Côte de nacre
boulevard du Maréchal Juin
F-14050 Caen CEDEX, France

² Laboratoire de Physique Corpusculaire
Université de Caen
Campus Côte de nacre
boulevard Maréchal Juin
F-14050 Caen CEDEX, France

MAGNETOSTATIQUE, ALGÈBRE VECTORIEL : UNE SÉRIE DE T.P. MISE EN PLACE EN DEUG STPI A CAEN

D. Robbes, GREYC – UMR 6072, Université de Caen, Campus côte de nacre, Bd Maréchal
Juin, 14050 Caen cedex. drobbes@greyc.ismra.fr

M. Pichon, Laboratoire de Physique Corpusculaire, Université de Caen, Campus côte de
nacre, Bd Maréchal Juin, 14050 Caen cedex. pichonm@caelav.in2p3.fr

Résumé :

Le champ magnétique est choisi comme champ de vecteur d'épreuve pour un ensemble d'expériences visant une meilleure appropriation d'opérations de base d'algèbre vectoriel par les étudiants de DEUG STPI : projection sur un axe, circulation, flux. Les capteurs magnétiques à mettre en œuvre répondent au cahier des charges suivant : excursion maximale de $\pm 100 \mu\text{T}$, dynamique d'au moins 100 dB et fréquence d'échantillonnage d'au moins 10 Hz. Les systèmes de détection décrits sont à base de fils amorphes magnétiques utilisant leurs propriétés de magnéto-impédance géante. Un ensemble de bobinages, munis de système de repérage simple de la position des capteurs est présenté : solénoïde, spire circulaires et carrées, bobines de Helmholtz. Une paire de telles bobines permet la génération d'un champ tournant utile pour étudier la projection sur un axe. Un ensemble d'expériences est décrit, accompagné de résultats de mesures très comparables aux valeurs théoriques attendues, permettant aussi de conforter les Cours – TD de magnétostatique.

Mots clés : magnétostatique, algèbre vectoriel, magnéto-impédance, travaux pratiques

1 INTRODUCTION

L'enseignement de la physique en DEUG Sciences et Technologies est reconnu difficile, notamment car le niveau d'abstraction mathématique nécessité par les opérations d'algèbre vectoriel semble ardu pour les étudiants. A priori, ceci semble particulièrement vrai lorsque ces opérations sont introduites via le seul support des équations de définition aux dérivées spatiales entre les coordonnées des vecteurs (définition des gradient, rotationnel, divergence, ...). La situation empire pour les opérations à base d'intégrales curvilignes, telles circulation et flux. L'analyse des raisons de ces difficultés est probablement fort complexe, et nous n'avons mené ni investigations bibliographiques, ni réflexion approfondie sur ce sujet. Notre approche est de nature pragmatique, concrète et expérimentale. Pragmatique, car nous mettons en valeur un savoir-faire particulier, lié à notre activité au laboratoire. Concrète, car destinée à un public (étudiants de DEUG STPI) n'ayant pas toujours de grandes aptitudes à l'abstraction mathématique, et souvent trop peu enclin à la mise en relation des sphères des mathématiques, de la physique, et du monde réel. Expérimentale, enfin, puisqu'il s'agit d'expériences de travaux pratiques, bien couplées aux CM-TD. En partie 2 de l'article, sont analysées les difficultés rencontrées d'emblée lorsque l'on souhaite utiliser le champ magnétique comme champ de vecteur « corps d'épreuve » pour les opérations courantes d'algèbre vectoriel. Le contournement de ces difficultés est ensuite décrit. En partie 3, les matériels construits sont présentés, et en dernière partie, nous décrivons des expériences et des résultats associés.

2 CHOIX DU CHAMP MAGNETIQUE

L'un des outils mathématiques incontournable introduit en physique fondamentale de DEUG est constitué de l'algèbre vectoriel de base. Si l'on souhaite une facette expérimentale qui vise une meilleure appropriation de cet outil par les étudiants, alors se pose la question de la grandeur physique vectorielle qui en serait le support. Le champ de vecteur sélectionné pour concevoir les expériences doit être aisément généré et manipulé, à peu de frais, sans danger pour l'expérimentateur. Parmi les champs introduits en physique à ce stade - gravité, vitesse, électrique et magnétique – le champ magnétique nous apparaît comme le corps d'épreuve adéquat, à condition de surmonter quelques écueils.

2.1 Ecueils à contourner

A supposer que l'on dispose effectivement de sources de champ magnétique faciles à utiliser par les jeunes étudiants, le champ effectif mesuré en un point quelconque est la superposition du champ de la source commandée et des champs parasites : champ magnétique terrestre ($\approx 50 \mu\text{T}$), champ magnétique basse fréquence à 50 Hz et ses nombreuses harmoniques ($\leq 1 \mu\text{T}_p$), champ associés aux matériaux magnétiques des infrastructures, etc. Notons que ces deux dernières perturbations varient spatialement de façon importante et accentuée au voisinage des sources qui les créent. La superposition de l'ensemble des sources de perturbations magnétiques admet en général un spectre de puissance en $1/f$, dont la densité spectrale

à 10 mHz atteint couramment des valeurs de $100\text{nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ en zone urbaine et ambiance de laboratoire. Deux stratégies pour éliminer ces difficultés se révèlent très vite impraticables. La première est de choisir des champs commandés largement supérieurs au niveau maximal des perturbations. Ce choix mènerait à un niveau minimal de l'ordre du mT, impliquant des forts courants ($> 10\text{ A}$), des bobinages à nombre élevés de tours (faible bande passante), des pièces magnétiques qui ne sont pas au programme de physique en DEUG et qui de toute façon limiteraient par trop le volume utilisable dans l'entrefer. Ce choix n'est donc pas recommandé, à la fois pour des raisons d'inadéquation au programme et des raisons de sécurité (courants forts).

La seconde stratégie pourrait être celle du blindage magnétique, mais pour un coût impensable en salle de TP si l'on devait utiliser des blindages passifs en mumétal. Enfin, la solution du blindage magnétique actif serait elle aussi impraticable, en raison du caractère spatialement inhomogène des perturbations magnétiques, compliquant à l'excès la géométrie des bobines de compensation.

2.2 Stratégie retenue.

La solution que nous avons retenue est celle de l'inversion périodique du sens du champ contrôlé. De façon évidente, en procédant par différence, cela permet d'éliminer en très grande partie les champs perturbateurs, spatialement homogènes ou non, pourvu que le capteur magnétique utilisé dans les expériences soit suffisamment linéaire, avec une grande dynamique de fonctionnement. En effet, pour un fonctionnement correct, la fonction de transfert en petit signal doit être très peu dépendante du point de repos déterminé en grande partie par le champ quasi statique à rejeter dans la réponse. Se pose alors la question de la fréquence des inversions du champ contrôlé. La pratique fréquente en TP de niveau DEUG voudrait que l'étudiant puisse décomposer tout le processus de la mesure, en la faisant pas à pas, dans un sens puis dans l'autre, et recommencer... La méthode est certes pédagogiquement valable pour quelques points de mesure, mais n'oublions pas ici que la problématique est de tester des opérations d'algèbre vectoriel, ce qui implique un échantillonnage spatial assez serré, portant parfois sur les trois composantes du champ ! En conséquence, la fréquence des inversions du sens du champ magnétique de test doit être suffisamment élevée pour autoriser une saisie des mesures suffisamment rapide, avec génération automatique de la différence. En pratique, une détection synchrone très simple peut être utilisée, avec fréquence des inversions du champ comprise entre quelques Hz et quelques centaines de Hz. Pour déterminer l'étendue de la plage de variation du champ magnétique de test, plusieurs contraintes

sont à prendre en compte : nature de la source de champ commandée, sensibilité, bruit et dynamique du capteur magnétique mis en œuvre. Le premier paramètre permet d'avoir l'ordre de grandeur des champs magnétiques générés. Afin d'être en relation étroite avec le cours de physique consacré à la magnétostatique, les sources de champ magnétique sont filaires, type spire circulaire ou carrée (mono et multi tours), en configuration de Helmholtz, solénoïde, etc. De plus, les courants injectés dans ces bobines doivent rester faibles. Pour des raisons pratiques et de sécurité, les tensions sont limitées à $\pm 15\text{ V}$ et les puissances dissipées de l'ordre du Watt, menant à des courants de valeur maximale $\leq 100\text{ mA}$. Enfin, les dimensions géométriques de ces circuits étant de quelques dizaines de cm en toutes directions pour tenir sur une table de TP, il est possible de situer la valeur du champ magnétique de quelques configurations standard entre 10 nT et $10\text{ }\mu\text{T}$. Nous en déduirons au paragraphe suivant le cahier des charges des capteurs à mettre en œuvre.

3 MATERIELS CONSTRUITS

3.1 Sources magnétiques

Les séances de travaux pratiques sont en rotation, plusieurs maquettes différentes ont été construites, à peu de frais mais au dépend de temps. Les matériaux utilisés sont le bois, le PVC, du fil de cuivre, quelques câbles et connecteurs, quelques résistances. La réalisation technique est de D. Robbes, dont l'un des hobbies est la menuiserie. Les photographies fig. 1 à 4 donnent un aperçu des maquettes réalisées. Des exemples de résultats obtenus avec ces maquettes seront présentés en partie 4. Aux dispositifs précédents s'ajoute une grande boucle carrée (coté 50 cm , 40 tours de fils). S'ajoutent également des pendules magnétiques, la masse magnétisée étant une pièce de 1 ou 2 Euros, dont on compare le champ magnétique à celui produit par le même pendule équipé d'un moment magnétique connu (spires parcourues par un courant continu). Il s'agit aussi de circuits à fils cachés entre deux plaques.

fig 1 : Solénoïde et le chariot supportant le magnétomètre

fig 2 : Bobines circulaires en configuration de Helmholtz

fig 3 : Dispositif pour loi de Biot et Savard et pour la circulation du champ magnétique

fig 4 : Bobines de Helmholtz, pour TP sur la projection du champ sur un axe, le champ tournant, la loi de Lenz

3.2 Détection du champ magnétique

Comme vu en partie 2, les capteurs doivent donc couvrir une plage de $\pm 100 \mu\text{T}$ avec une résolution voisine du nT dans un temps de mesure compatible avec un échantillonnage à la seconde, voir 100ms, permettant d'assurer le relevé d'un nombre de points expérimentaux suffisamment élevé. Dans ces conditions, la densité spectrale des fluctuations équivalentes en champ magnétique ramenée à l'entrée du capteur doit être $\leq 100\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Les flux gates de bonne qualité remplissent aisément ce cahier des charges, mais leur coût est prohibitif, en plusieurs exemplaires pour une salle de TP. Les magnéto-résistances commerciales, aisément accessibles, sont également compatibles avec ce niveau, à condition de prendre soin à leur polarisation (filtrage très prononcé de l'alimentation ou accumulateurs) et d'utiliser un amplificateur d'instrumentation à très faible bruit de tension, adapté en bruit aux résistances de sources de quelques centaines d'ohms. Or, les recherches de l'équipe Instrumentation ont une composante tournée vers la détection magnétique à bas bruit ! Nous avons utilisé des fils en matériaux amorphes magnétiques dont les propriétés de magnéto-impédance géante (GMI) [1,2] sont utilisables en

détection [3]. En outre, ces dispositifs s'avèrent particulièrement robustes, (nécessité en salle de TP), avec niveau de bruit et dynamique compatibles avec nos applications [4], [5]. Les fils GMI sont le siège d'une modulation de la profondeur de pénétration du champ magnétique haute fréquence par la composante axiale basse fréquence du champ. Le fil est attaqué en courant à haute fréquence (10 – 100 MHz). Lorsque que l'épaisseur de peau δ est voisine de la valeur du rayon, la forte modulation de δ induit une variation en amplitude et phase de la tension détectée aux bornes du fil. Une détection de crête à diode et circuit RC, suivie d'une amplification permet d'obtenir un signal avec un taux de transfert, ramené au capteur, dépassant aisément 1000V/T dans une bande passante facilement $> 10 \text{ kHz}$, voir beaucoup plus. Enfin, la réponse, qui présente une non linéarité, peut être facilement linéarisée par contre réaction de champ sur le fil au moyen d'un bobinage en fil de cuivre émaillé ($\phi 50\mu\text{m}$) enroulé directement sur le fil amorphe ($\phi 40\mu\text{m}$). Une photographie est présentée Fig. 5. La sortie du capteur est utilisée soit directement, soit après détection synchrone. Cette dernière est une cellule RC avec commutateurs à FET, suivie d'une amplification différentielle et filtrage passe bas.

4 EXEMPLES DE MANIPULATIONS

La première manipulation porte sur le solénoïde de dimension finie. L'intérêt est l'illustration directe de CM - TD, la prise en compte de l'écart par rapport au cas idéal. Les étudiants y évaluent aussi les perturbations magnétiques et l'effet de la détection synchrone pour les rejeter. La figure 6 donne la réponse obtenue. Les ondulations obtenues sont associées à la non-linéarité résiduelle du capteur, le point de fonctionnement quasi statique variant le long de l'axe du solénoïde, en raison de la présence de barres métalliques supportant la table. L'utilisation d'une table tout bois permet d'arranger les choses.

La deuxième manipulation porte sur le champ magnétique axial d'une spire circulaire, puis deux spires en position de Helmholtz ou anti Helmholtz, (matériel fig. 2). L'intérêt pédagogique est ici la

fig 5 : Photographie des sondes réalisées.

Le fil sensible, sur la partie, amovible, mesure environ 1 cm pour un diamètre total voisin de 0,2 mm.

fig 6 : Réponses obtenues avec la sonde magnétique.
 ○ solénoïde exp., △ spire exp., — valeurs théoriques

confrontation avec les CM-TD et la calibration du magnétomètre. Le résultat pour la spire unique est montré en fig. 6 Le champ au milieu de la spire carrée fig.3 est alors mesuré, confronté au résultat théorique qui nécessite l'intégration de la loi de Biot et Savard le long du côté du carré. Enfin le problème de la circulation d'un champ de vecteur est abordé. Sur la tablette fig.3 entourant le fil d'un côté de la spire carrée, les étudiants définissent un contour polygonal à l'aide du réseau de trous percés au pas de 1 cm. Chaque segment du polygone constitue une approximation de l'élément différentiel $d\mathbf{l}$, et, la valeur de la projection du champ magnétique sur la direction de $d\mathbf{l}$ est relevée car nos magnétomètres sont hautement directionnels. En prenant suffisamment de mini-segments $d\mathbf{l}$, (50 à 100), la somme intégrale est approximée à une sommation discrète sur les échantillons, et il est ainsi possible de vérifier le théorème d'Ampère à 10% près. Certes, en l'état actuel, le relevé n'étant pas automatique, la procédure est un peu fastidieuse. Cette partie du travail est néanmoins riche d'enseignement pour l'étudiant, car elle permet un moment de réflexion sur l'ensemble des opérations sous tendues par le concept de circulation (produit scalaire, projection, intégration, lien entre intégrale curviligne et intégrale simple).

fig 7 : Exploitation des mesures de circulation pour deux contours carrés entourant un côté du cadre fig.3

A titre d'exemple le long de 2 contours carrés différents, la valeur de la projection du champ échantillonné le long des 2 contours est reportée fig. 7. L'aire sous les courbes vaut $\mu_0 I$ à 10% près.

La troisième série de manipulation permet aux étudiants de s'interroger sur l'allure du champ magnétique hors axe de la spire, puis d'utiliser les résultats pour localiser un circuit caché (lien avec applications). Elle se termine par l'utilisation de la multispire de 50 cm de côté, qui permet la comparaison du flux magnétique traversant une surface plane, carrée de côté 40 cm, (inscrite dans le circuit précédent), avec celui traversant une surface pyramidale de même base. L'esprit de la manipulation est le même que pour la circulation. Un ensemble de mesures dont l'exploitation est compatible avec un champ de vecteur à flux conservatif est alors obtenu. Le nombre de points de mesure est judicieusement réduit grâce à la prise en compte de la symétrie du système.

Le système de bobines de Helmholtz fig. 4 est finalement utilisé. Avec une seule paire de bobine activée, le champ est mesuré en fonction de l'angle entre la direction de sensibilité de la sonde et celle du champ, donnant un premier travail sur la projection. Un second travail sur la projection est obtenu en attaquant les deux paires de bobines par des courants sinusoïdaux en quadrature générant un champ tournant. Ce travail oblige à réfléchir sur la notion délicate de phase. La séance se termine par l'utilisation d'un cadre (100 tours, $5 \times 7 \text{ cm}^2$), toujours autour de la projection et de la loi de Lenz.

Conclusion

Les matériels pédagogiques discutés dans cet article ont subi deux promotions d'étudiants de DEUG, prouvant leur robustesse et leur intérêt. Ces TP sont appelés à évoluer, vers une semi automatisation de la saisie des données et introduction d'un traitement adapté. Une estimation des coûts de fabrication en petite série mène aux environs de 400 à 600 Euros par maquette; il reste néanmoins à évaluer le marché de ces matériels pédagogiques (IUT, CPGE, ...).

Bibliographie

1. D. Ménard, M. Brittel, P. Ciureanu, A. Yelon, J. Appl. Phys. **84**, 2805 (1998)
2. M. Brittel, D. Ménard, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi, R. W. Cochrane, J. Appl. Phys. **85**, 5456 (1999)
- 3 K. Bushida; K. Mohri, T. Uchimaya, IEEE Trans. Magn., Vol 31(6), 3134 (1995)
- 4 D. Robbes, C. Dolabdjian, Y. Monfort., Journal of magnetism and magnetic materials, Vol 249, 1-2, 393 (2002)
- 5 D. Robbes, C. Dolabdjian, Y. Monfort, P. Ciureanu., Physica C 372-376, 249 (2002)