

Séquence pédagogique sur les apports du calcul formel Open Source dans l'enseignement : exemple des impédances complexes en électricité

Frédéric Alicalapa^(1,2,3), Adline Nagels^(1,4)

Université de La Réunion⁽¹⁾, Energy Lab⁽²⁾, Département de Physique de la Faculté des Sciences et Technologies⁽³⁾ & Service Universitaire d'Ingénierie Pédagogique (SUIP)⁽⁴⁾

15 Av. Rene Cassin, CS 92003, 97744 Saint Denis Cedex 9

frederic.alicalapa@univ-reunion.fr, adline.nagels@univ-reunion.fr

RÉSUMÉ : La partie calculatoire et la temporalité de l'analyse physique d'une étude de cas ou d'un exercice en électricité, sont des challenges pour les étudiant.es de notre licence SPI (Sciences Pour l'Ingénieur) en mode projet. Pour répondre à ces challenges et accompagner l'étudiant.e vers de nouvelles compétences, nous pouvons miser sur une approche complémentaire par l'utilisation numérique du calcul formel ou symbolique, pour enrichir l'approche classique. Dans ce contexte, cet article présente une approche pédagogique mise en place pour introduire le logiciel libre et Open Source Maxima CAS, afin de présenter aux étudiants les outils de traitement symbolique. L'exemple des nombres complexes a été retenu pour faire le lien entre les régimes temporels variables de l'électricité et la notion d'impédances complexes. La méthodologie proposée et la pratique s'orientent également, en termes d'ouverture, vers la compétence de rédaction de rapports d'étude de cas (pour améliorer chez l'étudiant.e, la méthode de conceptualisation de cet enseignement) et l'utilisation de l'outil dans d'autres unités d'enseignements de la formation.

Mots clés : calcul formel, conceptualisation, électricité, outils logiciels, impédances complexes, régime variable, Maxima CAS.

1 INTRODUCTION

Cet article présente une séquence pédagogique destinée à des étudiants en licence Sciences Pour l'Ingénieur du Département de Physique (L2 et L3). Cette séquence s'appuie sur une partie du programme relative à l'électricité, et plus particulièrement sur les notions portant sur le calcul autour des impédances complexes dans l'espace fréquentiel et en régime temporel.

Ces calculs font souvent intervenir la séquence suivante : compréhension de l'énoncé, mise en équations de celui-ci, résolution de celles-ci, illustration graphique des résultats et enfin analyse. Ces concepts et ses étapes sont souvent vécus par les étudiants.es comme des obstacles à la compréhension du domaine étudié, provoquant des doutes sur leur capacité de réalisation, impatience et souvent abandon dans l'unité d'enseignement [1]. Les erreurs constatées en examen et travaux dirigés sont le plus souvent calculatoires ou conceptuelles. Quelles démarches et quels outils mettre en place pour assainir cette situation ?

Le calcul assisté par ordinateur est une réalité actuelle, notamment en ce qui concerne le calcul numérique [2]. Ces calculs numériques sont très présents dans le monde de la recherche et dans le monde de l'industrie. Ceci à travers la résolution numérique d'équations et l'approximation numérique des solutions à partir des nombres flottants [3]. L'élément de base étant ici des nombres codés en numérique dans le système de calcul utilisé, par exemple suivant la norme IEEE754 [4]. De nombreux logiciels sont disponibles pour ce type de calcul comme Scilab [3], Matlab, et Python, dans le domaine commercial et libre.

Le calcul symbolique pour sa part s'appuie sur le choix et la manipulation de symboles, dans le cadre de certaines équations. De ce fait, le cadre d'approximation du calcul disparaît et l'approche littérale prend place pour les résolutions d'équations [5]. L'utilisation de logiciels de calcul symbolique en enseignement [6] vient enrichir la séquence précédente, et répond à plusieurs de nos besoins et objectifs pédagogiques qui sont : tenir compte des changements de programme dans les formations du cycle secondaire, proposer une approche attrayante de l'unité d'enseignement et une approche complémentaire des outils mathématiques nécessaires au domaine de l'électricité (dans un environnement unifié de rédaction, de traitement des calculs, et de visualisation des concepts). Motiver l'étudiant.e à travailler avec méthodes en réalisant des rapports d'étude de cas structurés, est aussi un des objectifs visés.

Cette séquence pédagogique complétée est présentée à travers les 4 sections de cet article. La section 2 présente l'étape d'introduction pédagogique des outils et de la démarche de travail : cette entrée en matière est double, à savoir : mettre en place la notion de calcul formel et introduire l'outil logiciel Maxima CAS. La section 3 pour sa part met en avant l'intégration dans l'environnement, du concept d'impédances complexes. Permettant ainsi d'aborder la résolution des cas de déphasage entre le courant et la tension et son illustration. La section 4 expose la relation entre la structuration de la feuille de calcul et l'amélioration de la conceptualisation des notions à transmettre aux étudiants.es. La section 5 clôture cette présentation en explicitant les ouvertures de l'approche proposée.

Un exemple de réalisation d'activité et d'utilisation des fonctions Maxima CAS de calcul, sont présentés en annexe.

2 INTRODUCTION AU CALCUL FORMEL ET A MAXIMA CAS

2.1 Etape de différenciation entre calcul numérique et symbolique

En préambule de cette partie, notons que le choix du logiciel Maxima CAS tient au fait que celui-ci est libre et Open Source [7]. De plus la disponibilité du logiciel est complète sous les trois systèmes d'exploitation communément utilisés par la communauté étudiante. Le logiciel est composé du noyau de calcul Maxima et d'une

interface d'utilisation WxMaxima. D'autres interfaces sont disponibles comme nous le verrons plus tard. Cependant par soucis de simplicité, nous avons fait le choix de rester avec l'interface nativement recommandée lors de la phase d'installation du logiciel. Les prérequis d'utilisation du logiciel sont minimaux pour la séquence proposée.

La première partie de la séquence commence par cette prise de conscience de la différence entre calcul numérique et symbolique sur un cas de discussion comme un calcul d'intégrales. En amont de cette séquence, les étudiants ont déjà eu un enseignement autour de quelques méthodes numériques de résolution d'équations ou de calcul d'intégrales, comme la méthode de la dichotomie et des trapèzes pour les citer. L'étudiant.e voit dans cette première projection une comparaison entre les méthodes numériques et la résolution sur support papier d'une équation. Ajoutons aussi un lien verbalisé en séance avec la notion de nombres de chiffres significatifs vu dans l'unité d'enseignement d'instrumentation et mesure, sur les approximations numériques.

Il visualise alors les premières phrases définissant le calcul symbolique comme une suite logique de ce qu'il a fait sur le papier avec son crayon.

La confrontation du nombre approximé par la méthode numérique et du symbole choisi, lors de l'application de l'approche symbolique, permet de bien délimiter une première frontière entre les deux approches. Une explication de la démarche itérative et algorithmique de la méthode des trapèzes complète cette introduction et différenciation.

2.2 Séquence « machine à calculer » améliorée

Par suite nous avons choisi des exercices faciles à résoudre, demandant peu de conceptualisation (ne concernant pas forcément le domaine de l'électricité). Puis nous avons aussi traité des exercices déjà résolus par eux sur feuille, et déjà discutés en séance (des calculs de résistances, courants, tensions par exemple). Un cas traité est l'association de résistances en parallèle (cf Fig. 1). La feuille de calcul est ici proposée à l'étudiant.e avec des éléments préexistants : figures, titres, cellules de calcul à compléter. Nous travaillons sur une même base : le point de départ de la démarche scientifique demeurant l'observation, puis le questionnement sur les phénomènes physiques, la mise en équation et une résolution de celle-ci pour discussion (cf Fig. 1)

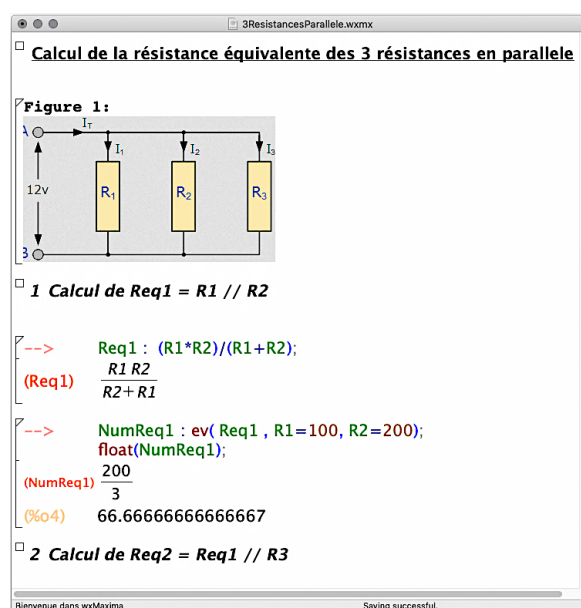


fig 1. : Exemple d'activités sur les résistances en parallèle sous WxMaxima

Dans cette feuille de calcul l'étudiant.e saisit l'équation centrale de l'exercice à l'aide de la version manuscrite de sa correction, la résout (avec la fonction *solve* de Maxima par exemple), et réalise les applications numériques (avec la fonction *ev*, par exemple). Cette étape nous donne l'opportunité d'introduire les éléments syntaxiques des opérateurs de base (addition, soustraction, approximation numérique d'une expression symbolique, ...), de la précedence d'opérateurs, et d'affectation de variables [8]. Cette phase passe par l'utilisation du menu logiciel avec une assistance faisant apparaître des fenêtres d'aide (cf Fig. 2).

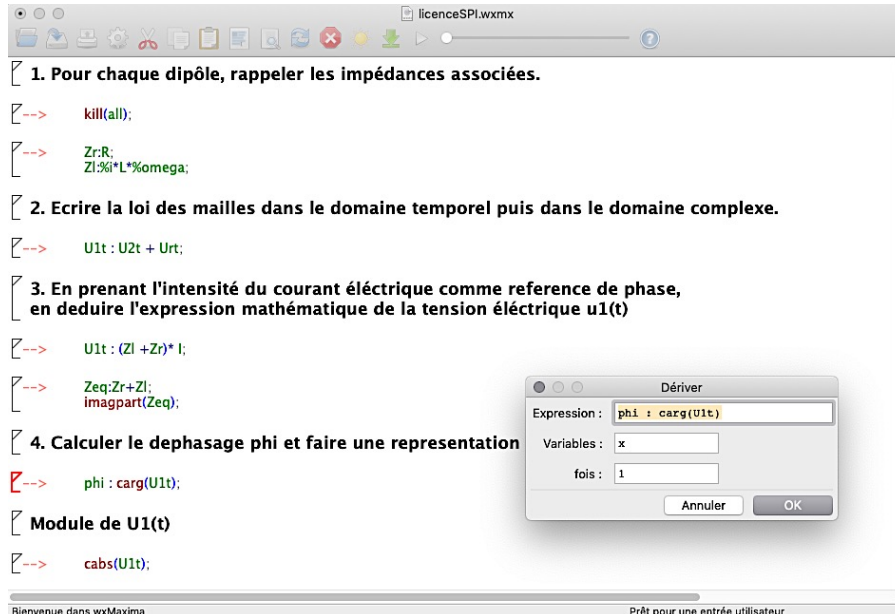


fig 2. : Exemple d'activités sur les nombres complexes, avec utilisation du menu pour la dérivation

3 CALCULS SYMBOLIQUES EN ELECTRICITE

A l'issue de la précédente séquence, la suivante demande plus d'investissement et d'activité de la part de l'étudiant.e. La thématique des nombres complexes a été retenue dans le cadre des enseignements en électricité.

3.1 Séquence de calcul sur les nombres complexes

L'activité commence par un échange oral sur les nombres complexes, leur positionnement dans le plan complexe, et les opérations de base sur ceux-ci (addition, soustraction, multiplication). Les difficultés rencontrées dans la réalisation de ces tâches sont également évoquées.

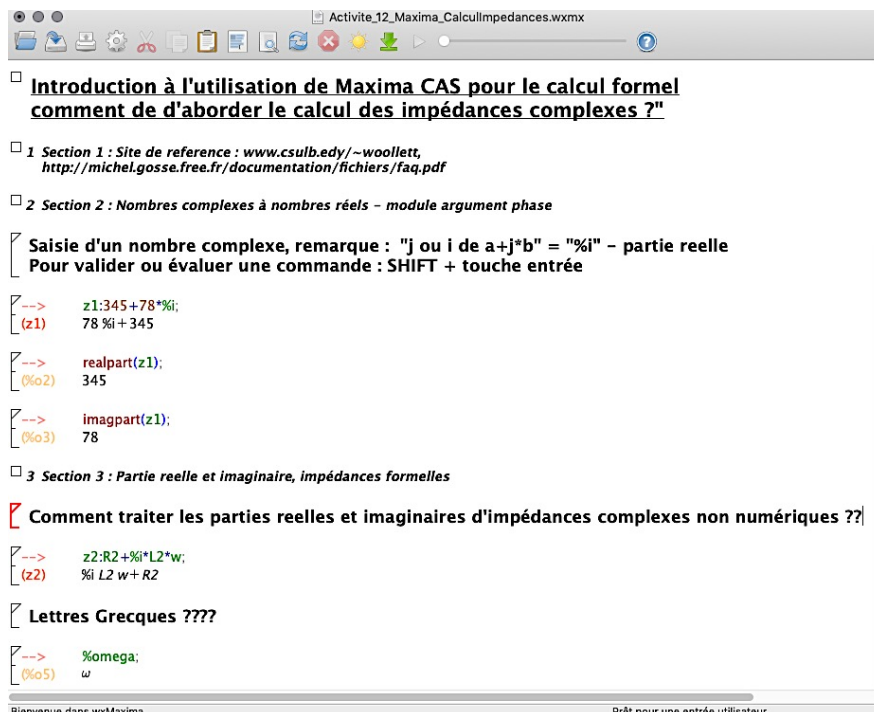


fig 3. : Activités sur les opérations de base et les syntaxes symboliques des nombres complexes

Dans l'enchaînement, une lecture et une utilisation des fonctions utiles aux nombres complexes, sont proposées (cf. Fig. 3&4) : visualisation de nombres complexes dans le plan complexe, addition, soustraction, angles, conversion entre les formes polaires et rectangulaires (fonctions *cabs*, *carg*, *realpart*, *imagpart* du langage). Une transition vers la saisie au clavier des fonctions est ici amorcée, par opposition à l'utilisation systématique du menu du logiciel.

$$\begin{aligned}
i(t) &= I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \Phi) \\
v(t) &= L \cdot \frac{di(t)}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \Phi + 90^\circ) \\
v(t) &\leftrightarrow \omega \cdot L \cdot I_m \cdot e^{j90^\circ} \cdot e^{\Phi} \\
v(t) &\leftrightarrow j \cdot \omega \cdot L \cdot \underbrace{I_m}_{\mathbf{I}} \cdot \underbrace{e^{j90^\circ}}_{\mathbf{j}} \cdot e^{\Phi} \\
\mathbf{V} &= j \cdot L \cdot \omega \cdot \mathbf{I} \\
i(t) &= 4 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t + 10^\circ) \leftrightarrow 4 \cdot \underline{10^\circ}
\end{aligned} \quad (1)$$

Une généralisation des notations est en conséquence proposée pour la résistance et la capacité.

Une série de calculs est alors proposée aux étudiants.es sur la notation complexe des impédances R, L et C, et leurs associations série et parallèle. La notion d'admittance complexe est aussi introduite pour la simplification des résolutions (cf Fig. 6).

The screenshot shows a Maxima CAS window titled "TP1_15071.wxmx". The main content area displays the following exercises and code:

L2 SPI TP 1 : TRAITEMENT SOUS MAXIMA DES CIRCUITS ANALOGIQUES

Exercice 1: Inductance et représentation série parallèle

Question 1. Exprimer l'admittance complexe YABsérie pour le modèle série en respectant les notations de la figure.

```

--> remove(Qbobine);
(%o1) [false]

--> Zr:R;
Zl:%i*L*w;
(Zr) R
(Zl) %i L w

--> ZABserie: Zr + Zl;
(ZABserie) %i L w + R

--> YABserie: 1/(ZABserie);
(YABserie) 1 / (%i L w + R)

```

Question 2. Exprimer l'admittance complexe YABparallèle pour le modèle parallèle.

```

--> Zreq:Req;
Zleq:%i*Leq*w;
(Zreq) Req
(Zleq) %i Leq w

--> YABpara:(1/Zreq)+(1/Zleq);
(YABpara) 1 / Req - %i / Leq w

```

Question 3. En écrivant légalité des admittances, exprimer Req en fonction de RL et Qbobine.

The bottom status bar shows "Bienvenue dans wxMaxima" and "Prêt pour une entrée utilisateur".

fig 6. : Activités calculatoires sur les associations d'impédances complexes

4 CONCEPTUALISATION ET STRUCTURATION

4.1 Séquence feuille de calcul structurée

Notre objectif étant d'accompagner les étudiants dans leur démarche de montée en compétences, nous voyons clairement la nécessité de dépasser les premières activités d'utilisation d'une « calculatrice » formelle logicielle et une répétition mécanique d'activités.

Un des objectifs aussi visés, est la construction d'une culture du domaine par la diversité des cas traités et la rédaction de fiches personnelles sur ces cas.

L'apparence graphique des résultats de calcul sous Maxima CAS est de bonne qualité. L'environnement de saisie est simple et efficace (sous forme de cellules), ce qui permet à l'étudiant de modifier et d'enrichir un document proposé comme support de départ, et qui sera à rendre sous l'espace numérique Moodle.

L'étudiant peut ici améliorer sa conceptualisation en enrichissant sa feuille de calcul, d'images, de captures d'écran, et d'équations (cf Fig. 7). En amont l'étudiant doit passer par la phase de recherche des supports pertinents pour identifier ses points de faiblesse et les points clés, ce qui est aussi structurant pour lui. La création d'un plan d'étude, par l'utilisation des styles de titre disponibles dans le logiciel est aussi demandée comme autre élément structurant.

Cette partie se termine par un rendu des rapports au format « Portable Document Format » pour analyses, conseils et notations. L'étudiant est libre d'imprimer son travail comme support de relecture et révision.

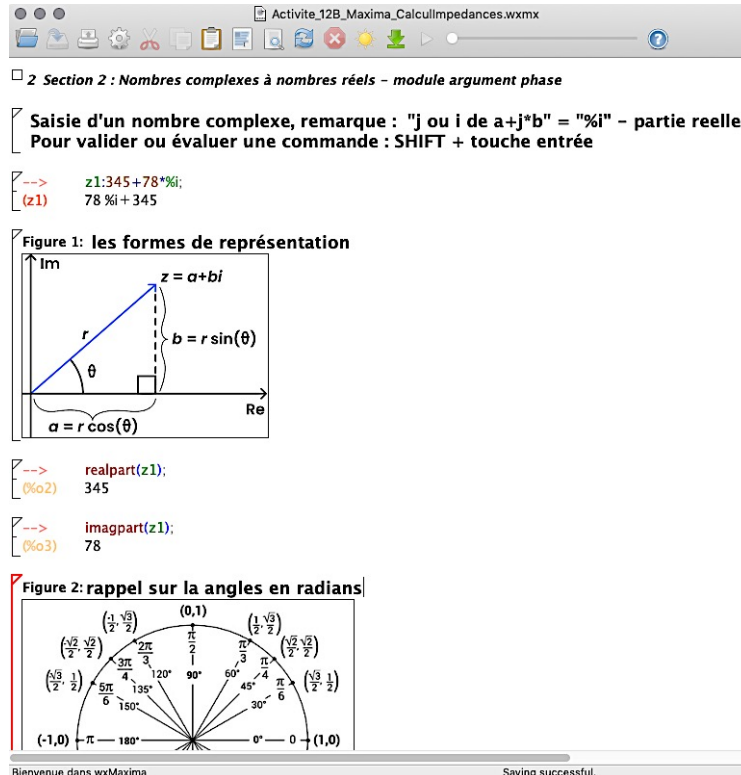


fig 7. : Exemple de feuille d'activité enrichie pour la conceptualisation du thème des nombres complexes

4.2 Ouverture vers d'autres unités d'enseignement et concepts

Au delà de la construction de la culture propre au domaine étudié, ici l'électricité, un dernier objectif est aussi de montrer les potentialités de l'approche et du logiciel dans d'autres domaines.

A l'issue de ces activités, une question concrète et à faible portée temporelle est souvent posée aux étudiants.es : « Dans quelles autres unités d'enseignement pouvez-vous utiliser les notions abordées ? ».

Les réponses font l'objet d'un échange oral pour partager les idées. Sur cette séquence sur les nombres complexes, ont été cités les fonctions de transfert et la représentation de Bode [10], le filtrage analogique, l'électromagnétisme ou la notation complexe des puissances électriques.

La séquence se termine par une présentation du logiciel libre TeXmacs [11] comme interface alternative (cf Fig. 8), plus évoluée avec d'autres opportunités, pour les sessions de calcul Maxima CAS.

Texmacs_TDI_conditionneurPONT_DIVISEUR_oct2019.tm

Generic Plain + ? A4 Roman 10pt

L'objectif est de trouver la sensibilité du conditionneur ici déterminée par la relation $\frac{\Delta V_s}{\Delta Z_c}$. Dans le soucis de linéarité qui doit être préservée et vérifiée, la relation liant ΔZ_c et ΔV_s , doit être linéaire, sous peine de modifier l'information analogique issue du capteur. Nous sommes en présence d'une fraction avec ΔZ_c au numérateur et dénominateur (cf équation 2). Pour linéariser, essayons de supprimer ΔZ_c du dénominateur pour essayer de trouver une relation de la forme $y = k.x$. Isolons le dénominateur par une session Maxima. Nous avons donc :

Maxima 5.36.1

L'équation 2 est écrite par :

```
(%i9) Exp1 : ( (Zc[0]+Delta[Zc]) / (Zc[0]+Delta[Zc]+Z1) ) * Eg;
```

```
(%o9) 
$$\frac{(\Delta Z_c + Z_{c0}) E_g}{Z_1 + \Delta Z_c + Z_{c0}}$$

```

le dénominateur correspond à la partie 2 de l'expression, en effet :

```
(%i10) DenomExp1 : part(Exp1,2)
```

```
(%o10) 
$$Z_1 + \Delta Z_c + Z_{c0}$$

```

Son dénominateur est :

```
(%i182) exp2 : denom(exp1);
exp3: Z1+DZc+Zco
```

text roman 10 before doc-data

fig 8. : Exemple de feuille de calcul « combinée » Maxima CAS/TeXmacs

5 CONCLUSIONS ET DISCUSSIONS

Cet article a présenté l'intégration de séquences pédagogiques articulées autour de l'appropriation et de l'utilisation du calcul symbolique dans un enseignement de licence scientifique et technologique. Le contexte étant celui de l'électricité et des nombres complexes. Le but de cette approche étant de susciter un intérêt chez l'étudiant.e et de répondre à la problématique calculatoire et conceptuelle.

Une succession d'activités, d'observations, de questionnements et de résolutions, a été présentée pour que l'étudiant.e pratique l'utilisation des nombres complexes en Sciences, à travers l'interface d'un logiciel de calcul formel Open Source Maxima CAS. Cette pratique a été facilitée et encouragée par des étapes graduelles et structurantes.

Nous avons noté une courbe d'apprentissage rapide dans la réalisation des calculs pour le profil d'étudiant.e en SPI et Physique. Le plan d'étude demandé et la phase d'ajout des supports pédagogiques aux feuilles de calcul, ont été un des points marquants de la démarche vers la conceptualisation des notions. A travers ces activités l'étudiant.e a pu identifier des domaines d'application des nombres complexes et voir les liens plus larges vers l'automatique ou l'électronique. La présente séquence a été volontairement répétée sur d'autres thématiques comme les fonctions de transfert, le diviseur de tension à réactances et les capteurs.

Le retour oral des étudiants.es est bon sur la démarche mise en place. Pour les sondages effectués sous la plateforme Moodle, 37% de l'échantillon ont pratiqué la démarche et le logiciel régulièrement (16% ont eu une pratique très assidue). 47% des sondés voient dans la démarche et les outils, un apport sur la rédaction des rapports scientifiques, une possibilité de réaliser des calculs numériques ponctuels et des calculs formels ponctuels. Ces 47% ont aussi validé un bénéfice sur l'apport dans la structuration d'une étude scientifique et son utilisation conjointe avec TeXmacs pour une qualité rédactionnelle accrue. Cette proposition de séquences doit se compléter par la rédaction de fiches d'ouverture vers les fonctions de transfert, par exemple, en terme de continuité thématique. La nécessité de pratique régulière des concepts et des outils a été un point fort des échanges avec les étudiants.es.

Remerciements

Le Département de Physique, la Faculté des Sciences et Technologies et le laboratoire ENERGY-Lab œuvrent pour un environnement pédagogique performant en lien avec la recherche scientifique. Qu'ils soient ici remerciés au nom de l'équipe pédagogique de la licence SPI et de Physique.

Bibliographie

- [1] Mohd, N., Tengku Farah Petri Tengku, M. and Mohd Nazri I. (2010). The level of patience and confidence towards problem solving and mathematics achievement of students in a technical institute. *2010 International Conference on Science and Social Research (CSSR 2010)*. doi:10.1109/cssr.2010.5773905
- [2] Jongwane, J., Gomez, C., À propos du calcul numérique [vidéo en ligne], Publié le 19 juin 2009 par Interstices-Inria., 10 min 18, <https://interstices.info/a-propos-du-calcul-numerique> (consulté le 1er février 2023)
- [3] Campbell, S.L., Chancelier, J.P. and Nikoukhah, R., Modeling and Simulation in Scilab/Scicos, 2006 Springer Science, ISBN-13: 978-0387278025
- [4] "IEEE Standard for Binary Floating-Point Arithmetic," in *ANSI/IEEE Std 754-1985*, vol., no., pp.1-20, 12 Oct. 1985, doi: 10.1109/IEEESTD.1985.82928.
- [5] Brelivet, T., Tutoriel Maxima pour enseigner les mathématiques en BTS, publié en juin 2014, http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/maxima-bts_pla53.pdf (consulté le 10 février 2023)
- [6] Boyle, R.W. & Farreras, I.G. (2015). The effect of calculator use on college students' mathematical performance. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, Volume 1, Issue 2, Summer 2015, 95-100, ISSN: 2148-9955.
- [7] Maxima.sourceforge.io. Maxima, a Computer Algebra System, (2022), <https://maxima.sourceforge.io> (consulté le 15 février 2023)
- [8] Gosse, M., FAQ Maxima, <http://michel.gosse.free.fr/documentation/fichiers/faq.pdf> (consulté le 1er février 2023)
- [9] Physics Videos by Khutoryansky, E., <https://youtu.be/ukBFPrXiKWA> (consulté le 10 janvier 2023)
- [10] Gajdošík, D. and Žáková, K., Bode Plots in Maxima Computer Algebra System, *18th International Conference on Process Control*, June 14–17, 2011, Tatranská Lomnica, Slovakia
- [11] Van Der Hoeven J.. Gnu TeXmacs. <http://www.texmacs.org> (consulté le 25 mars 2023)

Annexes : Feuille de calculs Maxima CAS sur les nombres complexes

Introduction à l'utilisation de Maxima CAS pour le calcul formel comment de "aborder le calcul des impédances complexes ?"

1 Section 1 : Sites de référence : www.csulb.edu/~woollett,
<http://michel.gosse.free.fr/documentation/fichiers/faq.pdf>

2 Section 2 : Nombres complexes à nombres réels - module argument phase
Saisie d'un nombre complexe, remarque : "j ou i de a+j*b" = "%i" - partie réelle
Pour valider ou évaluer une commande : SHIFT + touche entrée
--> z1:345+78*%i;

```

--> realpart(z1);

--> imagpart(z1);

3 Section 3 : Partie réelle et imaginaire, impédances formelles
comment traiter les parties réelles et imaginaires d'impédances complexes non numériques ??
--> z2:R2+%i*L2*w;

Saisie des lettres Grecques dans la feuille de calcul ?
--> %omega;

--> z2Reel:realpart(z2);

--> z2Imag:imagpart(z2);
Evaluation d'expressions pour la valeur de quelques paramètres - fonction "ev"
et autres techniques
--> ev(z2,w=1000);

--> z2,w=1000,R2=233;

--> /* premier jeu de valeurs */      ev(z2,R2=1000,L2=1e-2);
/* deuxième jeu de valeurs */      ev(z2,R2=0.1,L2=1);

--> modulez2:abs( ev(z2,R2=100,L2=1e-2));
creation d'un graphe (instruction plot2d) avec variation de la résistance suivant une liste de valeur
saisie par l'utilisateur, graphe en semi-log
--> plot2d( makelist(ev(abs(z2),L2=1e-3), R2,[0.1,100,1000]) , [w,1,1e6] , [logx]);
premier tracé de courbe en semilog pour 0.1<w<100 000 rad/s (si besoin voir l'aide sur l'instruction :
maxima plot2d)
--> plot2d( modulez2 , [w,1e-1,100000] , [logx] );

--> Z1:%i*L*w; Z2:R; Z3:1/(%i*C*w);

--> Zeq1:(Z1*Z2)/(Z1+Z2);

--> Zfinal:(Zeq1*Z3)/(Zeq1+Z3);

--> fullratsimp(Zfinal);

Zfinal2:ev(Zfinal,R=1000,L=1e-2, C=1e-6);
--> moduleZF2:abs(Zfinal2);
plot2d( moduleZF2 , [w,1e-1,100000] , [logx] );

```